

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON  
H. GEIGER

112. BAND. 11. UND 12. HEFT

MIT 69 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 1. JUNI 1939)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1939

Die

# Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen.

Manuskriptsendungen sind an die **Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24**, zu richten.

Die Autoren erhalten eine Fahrenkorrektur. Eine 2. (Umbruch-) Korrektur wird nur auf ausdrücklichen Wunsch übersandt, weil dadurch in der Regel das Erscheinen der Arbeit erheblich verzögert wird.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen**, werden, soweit sie 10 % der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 125 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum Bogennetttoppreise berechnet werden. Mit der Lieferung von Dissertationsexemplaren befaßt sich die Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht; sie stellt jedoch den Doktoranden den Satz zur Anfertigung der Dissertationsexemplare durch die Druckerei zur Verfügung.

**Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24.**

## Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden, die den folgenden

### Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.
2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrund des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.
3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Zieles einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.
4. Die Beschreibung von Versuchsapparaten soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.
5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.
6. Die Meßergebnisse sind *entweder* in Tabellen *oder* in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.
7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.
8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich, Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.
9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.
10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.
11. Dissertationen oder Habilitationsschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.
12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

**Der Herausgeber: H. Geiger.**



## Zur Kenntnis des Selenphotoelements. II.

### Strom-Spannungsbeziehungen <sup>1)</sup>.

Von A. Becker in Heidelberg.

Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 16. März 1939.)

Die Arbeit enthält mehrere systematisch durchgeführte Beobachtungsreihen über das Verhalten des Selenphotoelements bei Erregung durch Licht, die neue Gesichtspunkte für die theoretische Beurteilung der bisher nicht voll erkannten Eigenschaften dieses Elements liefern. Es handelt sich insbesondere um das Verhalten im stationären elektrischen Feld, um die Bedeutung der erregenden Lichtart und Lichtstromdichte und um den Einfluß der Temperatur.

Im Verfolg eines früheren Versuchs<sup>2)</sup>, auf dem Wege der Erregung durch Kathodenstrahlen in den photoelektrischen Mechanismus beim Selenphotoelement weiter einzudringen, machte sich das Bedürfnis geltend, neue Feststellungen über die bei *Erregung durch Licht* auftretenden Zusammenhänge von Strom und Spannung zu machen und hierzu insbesondere die Bedeutung elektrischer Vorspannungen, die Abhängigkeit der Erscheinungen von der erregenden Lichtart und Lichtstromdichte und den Einfluß der Versuchstemperatur zu untersuchen. Ansätze zu Fragestellungen ähnlicher Art liegen zwar im Schrifttum mehrfach vor. Sie sind aber, soweit mir bekannt, niemals systematisch soweit verfolgt worden, daß sie ausreichen würden, die auf diese Fragen bezüglichen theoretischen Erwägungen eindeutig zu klären und damit einen wenigstens gewisse Teile des Erscheinungsgebietes erschöpfenden Beitrag zum Verständnis der Vorgänge zu liefern. Neben dem technischen Interesse am Gesamtproblem ist für die neuen Versuche hauptsächlich richtunggebend die besondere theoretische Frage nach der örtlichen Verteilung des Primärvorgangs der lichtelektrischen Wirkung und nach dem Mechanismus der Folgeerscheinungen, deren Ergebnis der Beobachtung zugänglich wird. Der Versuch der Beantwortung dieser Frage stützt sich bewußt lediglich auf die neuen Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung, ohne von vornherein Vorstellungen von anderer Seite zu Hilfe zu nehmen, sofern sie nicht zwangsläufig auch aus den gegenwärtigen Versuchen gefolgert werden müssen.

<sup>1)</sup> Zum Teil auszugsweise vorgetragen in der Sitzung der Heidelberger Akademie der Wissenschaften vom 11. Januar 1939 und auf der Tagung der Gauvereine Hessen und Baden-Pfalz am 18. Februar 1939. — <sup>2)</sup> A. Becker u. E. Kruppke, ZS. f. Phys. **107**, 474, 1937.

1. *Die untersuchten Photoelemente.* Die Untersuchung erstreckt sich auf eine größere Zahl von Selen-Vorderwandzellen der S. A. F. Nürnberg, die sich durch verschiedene Formierung und entsprechend verschiedene Lichtempfindlichkeit und innere Widerstände unterscheiden. Die wirksame Flächengröße beträgt in den einzelnen Fällen 5,5, 11 und 25,5 cm<sup>2</sup>. Für die Versuche bei Zimmertemperatur befinden sich die Zellen im allgemeinen in einer metallischen Fassung, die eine Einwirkung falschen Lichts verhindert und nach Bedarf die Vorschaltung von Blenden oder von Jenaer Farbgläsern ermöglicht. Wo nicht anders bemerkt, wird die empfindliche Fläche immer voll beleuchtet; über Beobachtungen mit Ausblendung berichtet der Abschnitt 3 gesondert. Zur Belichtung werden Metallfadenlampen von 15 bis 200 Watt und in einzelnen Fällen eine Natrium- und Cadmium-Dampflampe benutzt. Die Lux-Angaben über Beleuchtungsstärken dienen nur der ungefähren Orientierung, da in ihnen die für die lichtelektrische Wirkung wesentliche spektrale Intensitätsverteilung der Lichtquellen nicht zum Ausdruck kommt. Für die Versuche bei tiefer Temperatur befinden sich die Zellen im Vakuum, in dem Wasser- und auch Quecksilberdampf durch Kühlfallen vollkommen ausgeschlossen ist. Eine zeitliche Veränderung der Zellen-Eigenschaften infolge des Aufenthalts im Vakuum ist nicht vorhanden.

2. *Strom-Spannungsbeziehungen bei normaler Temperatur.* Zu ihrer Untersuchung dient die Anordnung der schematischen Skizze der Fig. 1. Eine Gleichspannungsquelle der variierbaren Spannung  $E_a$  wird über einen Widerstand  $W_a$  und den Strommesser  $J$  an die Photozelle in Hintereinander-(h) oder in Gegeneinander-(g) Schaltung angelegt, und gemessen wird der Zusammenhang des Stroms  $J$  mit der an der Hinterwand der Zelle auftretenden elektromotorischen Kraft  $E$  gegenüber der geerdeten Vorderwand. Die Strommessung erfolgt mit einem hochempfindlichen Zeigergalvanometer mit 75  $\Omega$  Innenwiderstand, dem nach Bedarf ein Nebenschluß zugeschaltet wird. Der Strom ist im folgenden stets positiv gerechnet, wenn er in der Photozelle von der Hinterwand zur Vorderwand fließt, das ist umgekehrt wie bei Belichtung ohne Vorspannung. Zur Spannungsmessung dient das Quadrantelektrometer; die angegebenen Skalenteile entsprechen cm-Ausschlägen im Beobachtungsfernrohr. Um Veränderungen der Zellen durch die angelegte Spannung zu vermeiden, überschreitet die Höhe der letzteren im allgemeinen nicht 0,5 Volt.

Einen ersten Überblick über den Einfluß der Belichtung auf den Verlauf der Kennlinie gibt Fig. 2. Sie zeigt zunächst die Dunkelkennlinie  $d$  der gewählten Zelle, die in bekannter Weise auf die Begünstigung des Strom-

durchgangs bei positiver Hinterwand hinweist. Die Belichtung kann sich nun bei festgehaltenem  $E_a$  typisch in zweierlei Weise äußern, nämlich entweder nahe ausschließlich in einer Spannungsänderung bei großem Vorwiderstand  $W_a$  oder in einer Stromänderung bei verschwindendem Vorwiderstand. Die Figur deutet durch Pfeile den ersten Fall für mehrere verschiedene Vorspannungen an. Die Spannungsänderung  $\Delta E$  kann in den verschiedenen Bereichen negativ bzw. positiv sein, und sie scheint in nahe

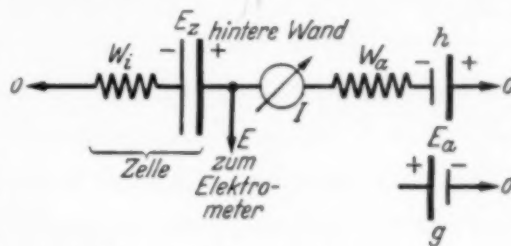


Fig. 1. Schaltung zur Strom-Spannungsmessung.

linearer Beziehung zur Ausgangsspannung  $E$  im Dunkeln zu stehen. Einen weniger einfachen Zusammenhang mit  $E$  zeigt die Stromänderung  $\Delta J$ . Beachtenswert ist der Kreuzpunkt beider Kurven, wie er beispielsweise auch schon von O. v. Auwers und H. Kerschbaum<sup>1)</sup> am  $\text{Cu}_2\text{O}$  und von

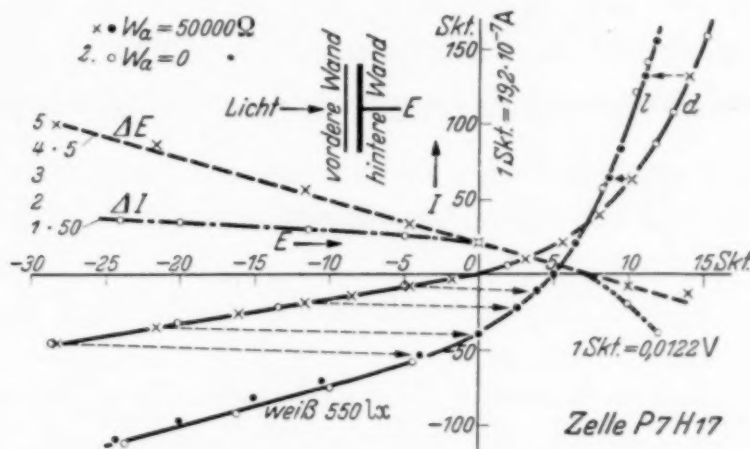


Fig. 2. Strom- bzw. Spannungsänderung durch Belichtung.

F. v. Körösy und P. Selényi<sup>2)</sup> an Selenzellen beobachtet worden ist. Hervorzuheben ist noch, daß die Belichtkurve  $l$  sich, wie naturgemäß auch die  $d$ -Kurve, in genau gleicher Weise ergibt, ob die Messung mit großem ( $\times$  bzw.  $\bullet$ ) oder mit fehlendem ( $\circ$ )-Vorwiderstand  $W_a$  durchgeführt wird. Der Schnitt der  $l$ -Kurve mit der Ordinatenachse gibt den Kurzschlußstrom  $J_0$ , der Schnitt mit der Abszissenachse die Leerlaufspannung  $E_\infty$  an.

Der *Einfluß der Beleuchtungsstärke*  $L$  auf den Verlauf der Kennlinie wird für eine andere Zelle aus Fig. 3 ersichtlich. Strom- bzw. Spannungsänderung nehmen mit der Beleuchtungsstärke stark verzögert zu, und charak-

<sup>1)</sup> O. v. Auwers u. H. Kerschbaum, Ann. d. Phys. **7**, 172, 1930. —

<sup>2)</sup> F. v. Körösv u. P. Selényi, ebenda **13**, 716, 1932.



teristisch ist der stark abnehmende Einfluß einer Variation von  $L$  im Gebiet positiver Hinterwandspannungen.

Besonders ausgeprägt ist die Spannungsänderung  $\Delta E$  durch schon geringe Belichtung im Gebiet negativer Vorspannungen. Fig. 4 zeigt für

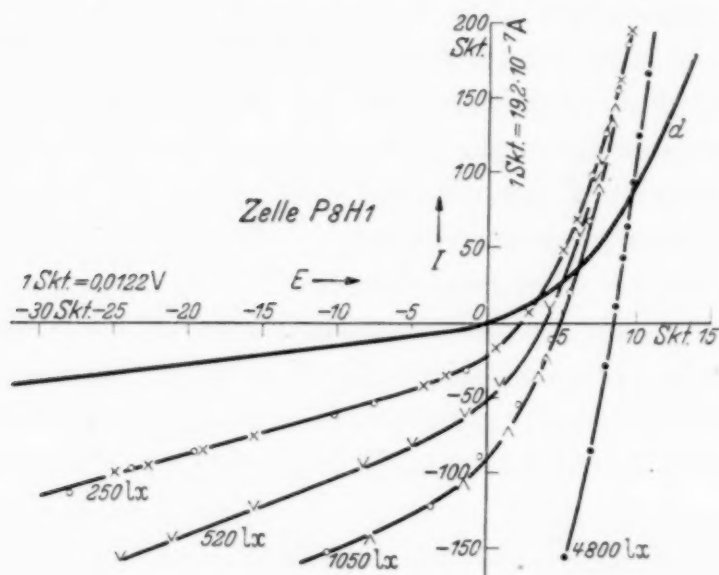


Fig. 3. Einfluß der Beleuchtungsstärke auf den Verlauf der Kennlinie.

eine ausgesprochen hochohmige Zelle, deren Dunkelkennlinie gestrichelt eingetragen ist, den mit einem Vorwiderstand von  $50000 \Omega$  beobachteten

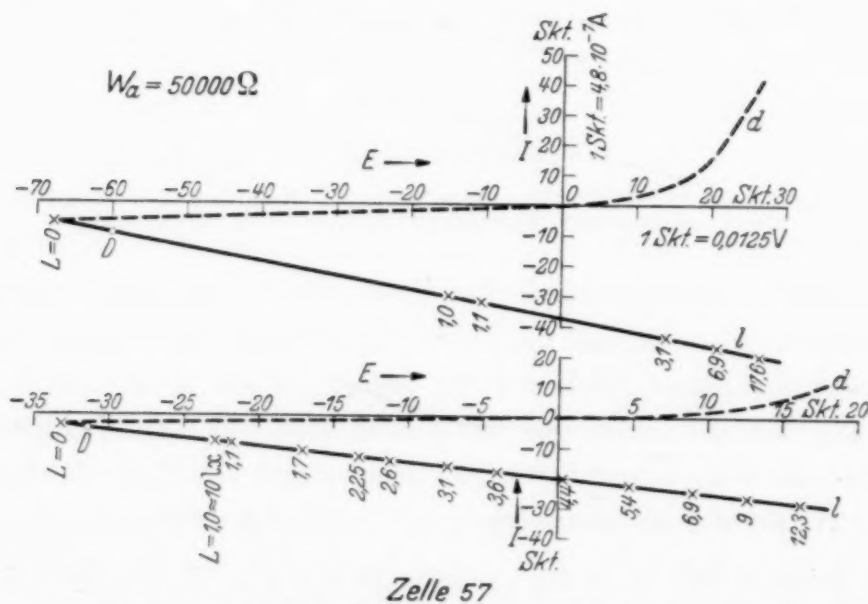


Fig. 4. Einfluß der Vorspannung bei schwacher Belichtung.

Einfluß verschiedener Beleuchtungsstärken auf Spannung und Strom, wenn von einer Dunkelspannung ausgegangen wird, die das eine Mal  $33 \cdot 0,0125$  Volt, das andere Mal  $68 \cdot 0,0125$  Volt beträgt. Der Zusammen-

hang von  $E$  und  $J$  (bei jeweils festgehaltenem  $E_a$ ) wird für alle  $L$ -Werte durch eine Gerade wiedergegeben, deren  $\times$ -Punkte diejenigen Werte von  $E$  und  $J$  bezeichnen, welche sich bei dem angeschriebenen  $L$ -Wert einstellen. Das Zusammenrücken der Punkte mit wachsendem  $L$  zeigt das allmähliche Zurücktretten des Belichtungseinflusses, während sich andererseits bei schwacher Belichtung eine außerordentliche und mit wachsender Ausgangsspannung (bei  $L = 0$ ) stark steigende Empfindlichkeit erkennen läßt. Die Punkte  $D \circ$  geben den Dunkelwert, der sich *nach* den vorgenommenen Belichtungen einstellt; ihr Abstand vom Ausgangswert ( $L = 0$ ) kann als Maß für die Trägheit der Zelle angesehen werden.

Diese zunächst vom praktischen Gesichtspunkt aus interessierenden Feststellungen fordern zu einem *Deutungsversuch* heraus. Es kann hier vorerst rein phänomenologisch vorgegangen werden. Wir betrachten hierzu die Zelle als eine Hintereinanderschaltung eines Elements mit der elektromotorischen Kraft  $E_z$  und eines Widerstandes  $W_i$ , wie dies bereits in Fig. 1 angedeutet ist. Auf ein besonderes Gleichrichterorgan oder auf kapazitive Eigenschaften braucht im vorliegenden Fall nicht eingegangen zu werden.

Man kann dann erwarten im Falle der Hintereinanderschaltung von  $E_a$  und  $E_z$

$$E = |E_z| - W_i \cdot J = W_a \cdot J - |E_a| \text{ und } J = \frac{|E_a| + |E_z|}{W_a + W_i}$$

und im Falle der Gegeneinanderschaltung von  $E_a$  und  $E_z$

$$E = |E_z| + W_i \cdot J = |E_a| - W_a \cdot J \text{ und } J = \frac{|E_a| - |E_z|}{W_a + W_i}.$$

Für den Kreuzpunkt der  $d$ - und  $l$ -Kurve gilt dann

$$J_{\times} = \frac{|E_z|}{W_d - W_l},$$

wenn durch den Index von  $W$  der Widerstand im Dunkeln bzw. im Licht bezeichnet wird.

Setzt man nun versuchsweise  $E_z = E_{\infty}$  und damit nur als Funktion der Belichtung fest, so genügen die Ansätze tatsächlich den Beobachtungen, wenn man den zwangsläufig hieraus sich ergebenden Gang des Zellenwiderstandes  $W_i$  einerseits mit  $L$  und andererseits mit  $E$  als Ausdruck einer physikalischen Realität zuläßt.

Dieser Gang von  $W_i$  wird beispielsweise für die Beobachtungen der Fig. 3 durch die Kurven der Fig. 5 veranschaulicht. Alle Kurven besitzen

denselben Charakter und sprechen für eine Abnahme des Widerstandes beim Übergang von größeren negativen Hinterwandspannungen über den Nullwert zu positiven Spannungen. Da das Verhalten der Dunkelzelle (*d*) unzweifelhaft auf einen solchen tatsächlichen Widerstandsgang hinweist, so ist kein Anlaß vorhanden, das Verhalten der belichteten Zellen in anderer Weise deuten zu wollen. Da auch jeder andere Deutungsversuch der Beob-

achtung, etwa durch Annahme einer Veränderlichkeit von  $E_z$ , zu unmöglichen Folgerungen führen würde, so muß man schließen, daß der festgestellte Widerstandsgang mit der Spannung auch bei den belichteten Zellen keine unmittelbare Folge der photoelektrischen Wirkung ist, wenn auch die Absolutwerte von  $W_i$  durch sie beeinflusst sind.

Entsprechende Befunde gibt Fig. 6 für eine Zelle mit größerem Innenwiderstand wieder. Die gestrichelten Kurven für  $W_a$  und  $W_i$  verlaufen denen der Fig. 5 ganz analog.

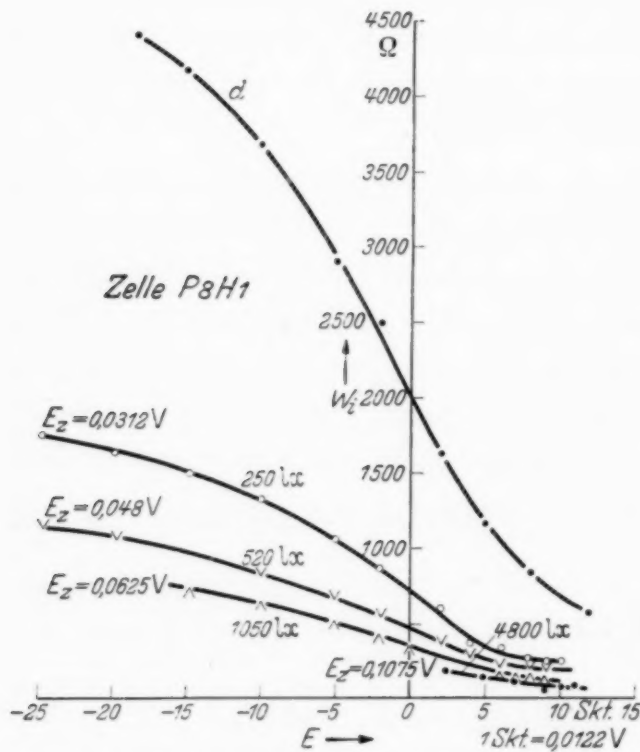


Fig. 5. Zellenwiderstand als Funktion der Spannung und der Beleuchtungsstärke.

Man kann nun über den Zellenwiderstand auch dadurch Aussagen machen, daß man auf die Zuhilfenahme einer Fremdspannung verzichtet und die Zelle selbst als Spannungsquelle benutzt. Beobachtet man bei festgehaltener Belichtung die Abhängigkeit des Photostroms vom Vorwiderstand  $W_a$ , so kann daraus der Zusammenhang des Innenwiderstandes  $W_i$  von der Spannungsdifferenz der Elektroden der Zelle abgeleitet werden. Ein solches Ergebnis wird durch die mit o bezeichneten Werte in Fig. 6 dargestellt. Man erkennt, daß eine befriedigende Übereinstimmung mit denjenigen Angaben vorhanden ist, die unter Zuhilfenahme einer Fremdspannung erhalten werden. Es ist aber wesentlich, hier folgendes zu beachten: Die beiden hier in naher Übereinstimmung gefundenen Widerstandswerte entsprechen nicht der gleichen Stromrichtung in der Zelle, sondern nur der gleichen Spannungsdifferenz an ihren Elektroden. Es wird dadurch



angezeigt, daß der Zellenwiderstand in unseren Fällen bei festgehaltener Belichtung *unabhängig von der Stromrichtung nur von der Richtung und Größe der Spannungsdifferenz an der Zelle abhängt*<sup>1)</sup>.

Zu diesem Schluß kommt in Zusammenfassung aller hierhergehörigen Beobachtungen ein weiterer und, wie mir scheint, sehr wesentlicher hinzu: Die Photospannung  $E_z$ , die wir bei der Deutung der Kennlinien mit  $E_\infty$  identifizieren dürfen, ergibt sich daher unabhängig von einer angelegten

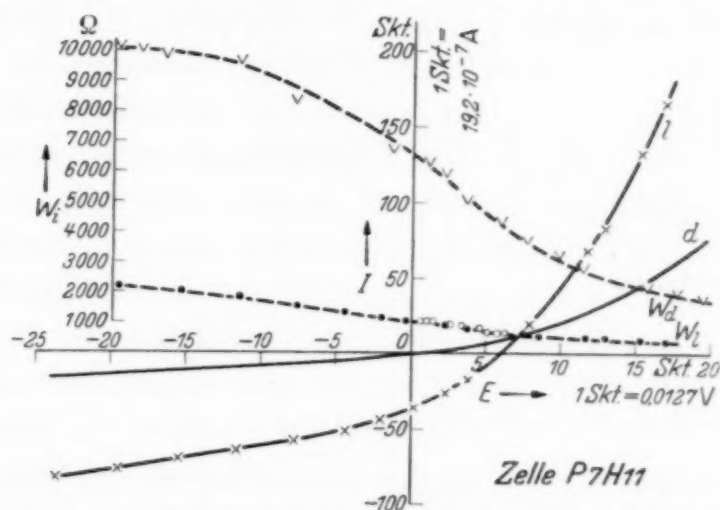


Fig. 6. Zellenwiderstand bei verschiedener Stromrichtung.

Fremdspannung — mindestens bis  $\pm 0,5$  Volt. Es wird also entweder die Elektronenbewegung, soweit sie für die Photospannung maßgebend ist, durch die Fremdspannung überhaupt nicht beeinflusst, oder eine solche Beeinflussung wirkt sich nicht auf die Photospannung aus. Im ersteren Fall würde auf nur geringfügigen Spannungsabfall und damit auf relativ geringen Widerstand innerhalb desjenigen Teils der Zelle zu schließen sein, in welchem der Primärvorgang der lichtelektrischen Wirkung sich abspielt. Im zweiten Fall müßte man annehmen, daß geringe Energieänderungen der Elektronen im vorhandenen Geschwindigkeitsgebiet ihr Verhalten nicht merklich verändert, was mit bekannten Erscheinungen an freien Elektronen verträglich wäre.

Um diese Vorstellungen einer Prüfung von anderer Seite her zugänglich zu machen, ist es von Interesse, den *Einfluß der Lichtwellenlänge* auf die Kennlinie der Zelle zu verfolgen. Wegen der erheblichen Abhängigkeit der letzteren von der Intensität der Belichtung ziehen wir zum Vergleich nur

<sup>1)</sup> Der Versuch von E. Elvegård, S. Lindroth u. E. Larsson, Journ. Optical Soc. Amer. **28**, 36, 1938, den Zellenwiderstand als Funktion des Zellenstroms zu betrachten, erscheint danach wenig aussichtsreich. Man vergleiche auch L. A. Wood, Rev. scient. Instr. **6**, 196, 1935.

solche Fälle heran, in denen die Größe der lichtelektrischen Wirkung, das ist die Größe des Kurzschlußstroms, die gleiche ist. Ein Ergebnis solcher Versuche zeigt Fig. 7. Man findet hier ein Stück der Dunkelkennlinie  $d$

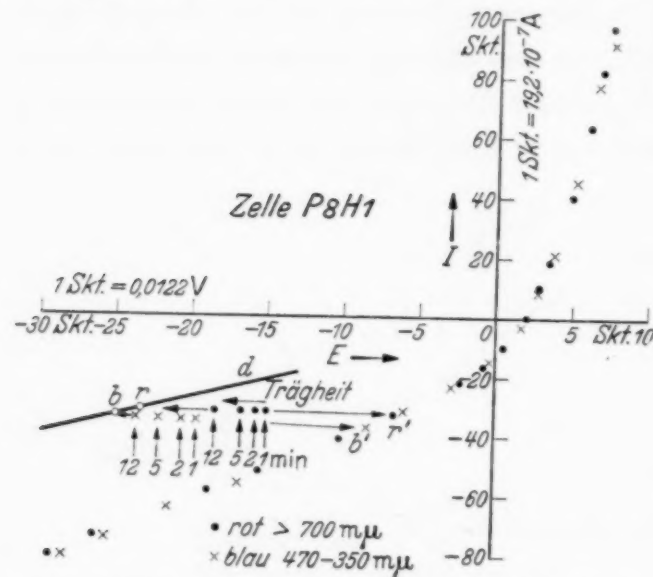


Fig. 7. Die Kennlinie für verschiedene Lichtwellen.

sie es in genau gleicher Weise bei der Leerlaufspannung und im Widerstandsverlauf tun. Im gleichen Sinne sprechen die in Fig. 8 zusammengestellten

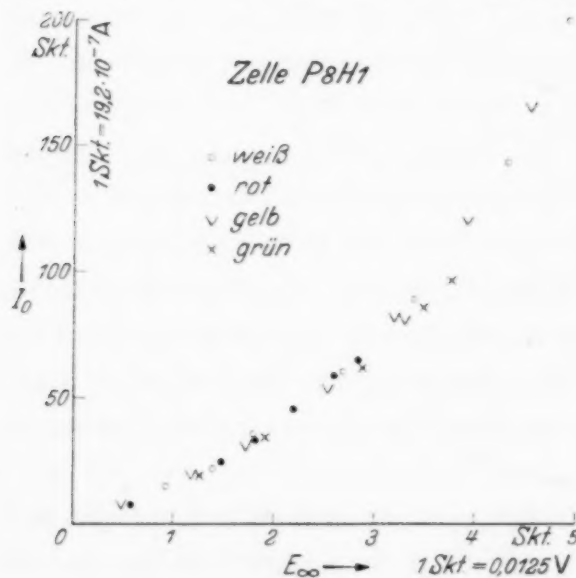


Fig. 8. Zusammenhang von  $J_0$  mit  $E_\infty$  bei Belichtung mit verschiedenen Wellenlängen.

zusammen mit den Beobachtungswerten für rotes Licht oberhalb  $700 \text{ m}\mu$  und für blaues Licht um etwa  $400 \text{ m}\mu$ . Eine merkliche Abhängigkeit der Beobachtung von der Lichtsorte ist nicht vorhanden, und wenn die zweifellos vorhandenen Energieverschiedenheiten der lichtelektrischen Elektronen in den beiden Fällen beim Kurzschlußstrom  $J_0$  überhaupt eine Rolle spielen, so müssen

Beobachtungen über den Zusammenhang von  $J_0$  und  $E_\infty$  bei verschieden intensiver Belichtung der gleichen Zelle mit Licht verschiedener, durch Jenagläser ausgefilterter Wellenbereiche.

Dieses Ergebnis tritt zwar nicht bei allen untersuchten Zellen mit solcher Einfachheit und Strenge hervor wie hier. Die gefundenen Abweichungen sind bisweilen derart, daß sie nicht systematisch in einer Richtung gehen und daß sie daher durch die nie ganz fehlende zeitliche Inkonstanz

der Zellen erklärbar sind. Im allgemeinen sind aber doch Anzeichen dafür vorhanden, daß die hier mitgeteilten Zelleneigenschaften am ehesten auf niederohmige Zellen zutreffen, während bei den anderen Zellen kürzeren

Wellen Kurvenverschiebungen nach größerer Leerlaufspannung entsprechen, wie dies an einigen Stellen des Schrifttums als eine notwendig zu erwartende Erscheinung angegeben wird, und wie dies in Fig. 8 für Grün schwach angedeutet ist. Nach gegenwärtiger Erfahrung dürfte die Ursache hierfür weniger in einer Beeinflussung der photoelektrischen Spannungserzeugung als in derjenigen des Selenwiderstandes liegen, der die Höhe der Leerlaufspannung mitbestimmt.

Ein Hinweis in dieser Richtung ist die Erscheinung der *Zellenträgheit*, soweit sie sich darin äußert, daß nach Abdunklung der zuvor belichteten Zelle bei Verwendung von Vorspannungen die ursprünglichen Dunkelwerte erst nach mehr oder weniger langer Erholung sich wieder einstellen. Wie das Beispiel der Fig. 7 erkennen läßt, führt Rotbelichtung zu deutlich stärkerer Trägheit — also stärkerer Beeinflussung des Selenwiderstandes — als Blaubelichtung, und diese Wirkung kann offenbar bei Zellen von verschiedenem Grundwiderstand sich in der auftretenden Leerlaufspannung bzw. im Kurzschlußstrom verschieden stark bemerkbar machen (vgl. auch Abschn. 4).

3. *Abhängigkeit der Photoeffekte von der belichteten Flächengröße.* Die theoretischen Vorstellungen über die Wirkung der Photoelemente beruhen im allgemeinen auf der stillschweigenden Voraussetzung, daß die Photospannung  $E_z$  bei festgehaltener Beleuchtung ebenso wie die Spannung eines galvanischen Elements von der Flächengröße unabhängig sei. Zur Prüfung dieser Frage der Flächengröße kann die Beobachtung den Kurzschlußstrom  $J_0$  und die Leerlaufspannung  $E_\infty$  zu Rate ziehen. Experimentelle Ansätze liegen bereits mehrere vor<sup>1)</sup>, ohne daß aber das Problem durch sie erschöpft worden wäre. Das bisher angewandte empirische Verfahren besteht darin, daß die Zelle in einem begrenzten konvergenten Lichtbündel derart verschoben wird, daß bei gleichbleibender Gesamtintensität die Beleuchtungsstärke geändert wird. Es fand sich dabei, daß der Photostrom Änderungen erfährt, deren Sinn nicht immer einheitlich und deshalb schwer verständlich ist.

Es sind daher mit den Mitteln der gegenwärtigen Untersuchung einige neue systematische Versuche zu dieser Frage unternommen worden, um festzustellen, wie weit ihre Ergebnisse zu den oben mitgeteilten Erfahrungen in Beziehung stehen. Sie waren außerdem nahegelegt durch den Wunsch nach einer genügenden Orientierung für die Fälle einer Zellenerregung

<sup>1)</sup> O. v. Auwers u. H. Kerschbaum, Ann. d. Phys. **7**, 159, 1930; H. C. Hannaker u. W. F. Beezhold, Physica **1**, 119, 1934; L. Bergmann u. R. Pelz, ZS. f. techn. Phys. **18**, 185, 1937.



durch eine andere Strahlung, die eine gewisse Ausblendung erforderlich machen könnte.

Die Mehrzahl der Messungen ist mit der hochohmigen Zelle Z 57 von  $25,5 \text{ cm}^2$  Fläche ausgeführt worden, die eine über ihre ganze Ausdehnung sehr befriedigende Homogenität der lichtelektrischen Empfindlichkeit und des Widerstandes besitzt. Die Zelle wird mit einem an der Vorderwand direkt anliegenden Schirm bedeckt, der eine Reihe regelmäßig angeordneter

runder Löcher besitzt, die nach Wahl beliebig abgedeckt oder freigelegt werden können, während die Zelle dem breiten Lichtbündel einer Glühlampe ausgesetzt ist.

In Fig. 9a finden sich die Ergebnisse bei Verwendung eines Schirms von 9 Löchern von je  $0,5 \text{ cm}^2$ , die einzeln und in verschiedener Zahl freigelegt sind. Die Messung zeigt zunächst, daß stets praktisch die gleichen Werte von  $J_0$  und  $E_\infty$  erhalten werden bei Benutzung je eines offenen Loches unabhängig davon, welches der 9 Löcher, also welche Stelle der Zelle gerade belichtet wird. Ferner findet sich, wie sowohl für weißes als für

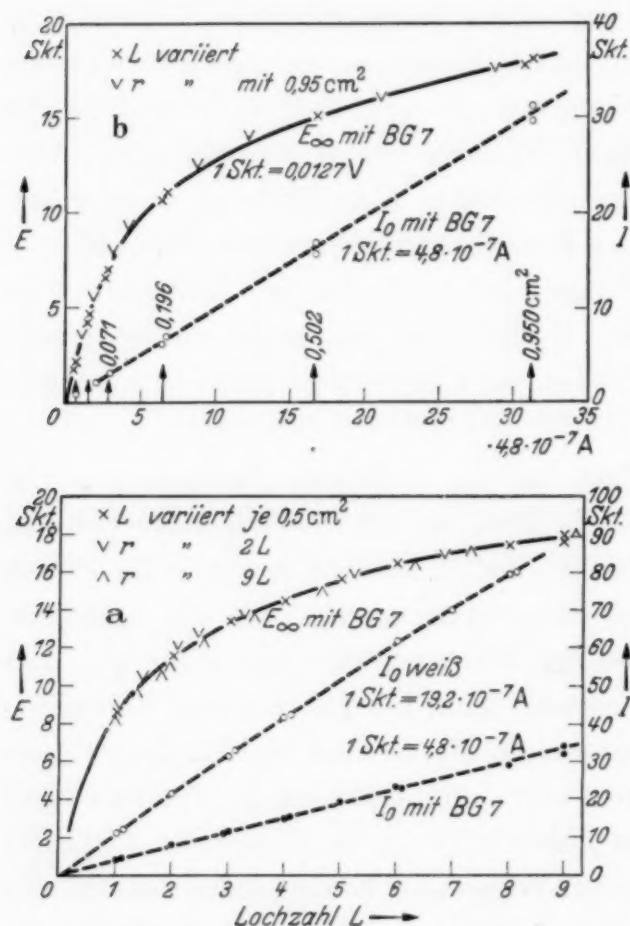


Fig. 9. Blendeneinfluß auf  $J_0$  und  $E_\infty$ .

blaugrünes Licht des Filters BG 7 nachgewiesen wird, gute Proportionalität des Kurzschlußstromes mit der freien Lochzahl. Einen anderen Gang zeigt dagegen die Leerlaufspannung  $E_\infty$ . Sie steigt mit wachsender Zahl  $L$  erst schnell und dann langsamer an und scheint asymptotisch einem Grenzwert sich anzunähern. Der anfängliche Anstieg wird noch eingehender in Fig. 9b verfolgt. Es kommt hier eine Blendenreihe von 6 Löchern mit Durchmessern von 1, 2, 3, 5, 8 und 11 mm zur Verwendung, und man erkennt, daß mit BG 7-Filter einem Anwachsen der Lochöffnung von 0,0078 auf  $0,95 \text{ cm}^2$ , das ist auf das 121fache, eine Zunahme von  $E_\infty$  von rund 1,8 auf 18 Sk., das ist auf das 10fache, entspricht. Die Beleuchtungsstärke ist

hierbei konstant, und der der Zelle zugeführte Lichtstrom wächst proportional der freigelegten Zellenfläche.

Während der Gang von  $J_0$  ohne weiteres der Erwartung entspricht, bedarf derjenige von  $E_\infty$  näherer Betrachtung. Bei nicht völliger Ausleuchtung der ganzen Zelle ist offenbar eine Nebeneinanderschaltung von zwei Leiterstücken ins Auge zu fassen, von denen das eine, zum belichteten Teil der Zelle gehörige die photoelektromotorische Kraft  $E_z$  und den der betreffenden Beleuchtungsstärke und dem belichteten Querschnitt zukommenden Zellenwiderstand  $W_l$  enthält, während das zweite lediglich aus dem Dunkelwiderstand  $W_d$  des nicht belichteten Querschnitts besteht. Es ist in diesem Fall also ein geschlossener Stromkreis im Zelleninneren vorhanden, der zu einem Spannungsrückgang an den Elektroden gegenüber  $E_z$  führt. Unter der Annahme, daß  $E_z$  bei festgehaltener Beleuchtungsstärke von der belichteten Flächengröße unabhängig ist, findet sich dann in ausreichender Näherung

$$E_\infty = \frac{E_z}{1 + \frac{W_l}{W_d}} \quad \text{und} \quad \frac{E_\infty}{J_0} = \frac{W_d}{1 + \frac{W_d}{W_l}} = \frac{\frac{\omega_d}{D}}{1 + \frac{\omega_d}{\omega_l} \cdot \frac{L}{D}},$$

wenn  $\omega_d$  bzw.  $\omega_l$  den Widerstand der Flächeneinheit des dunkeln bzw. belichteten Teils und  $D$  bzw.  $L$  die beiden entsprechenden Flächenstücke bezeichnen.

Die strenge Anwendung dieser Beziehung auf die Beobachtung hätte noch die Abhängigkeit der Widerstände von der Elektrodenspannung der Zelle zu berücksichtigen. Zu einem angenäherten ersten Vergleich mit der Erfahrung genügt es aber, mit Mittelwerten für  $\omega_d$  und  $\omega_l$  zu rechnen, wie sie etwa der Durchschnittsspannung der Versuche zukommen. Im Falle der Belichtung der Zelle Z 57 mit Blaugrün (BG 7) kann auf Grund der Widerstandsmessungen gesetzt werden

$$\omega_d = 2040000 \Omega/\text{cm}^2 \quad \text{und} \quad \omega_l = 89000 \Omega/\text{cm}^2,$$

so daß  $\omega_d/\omega_l = 23$  wird. Man erhält dann zum Vergleich mit den Angaben der Fig. 9a bei Steigerung der Lochzahl von 1 auf 9 die Werte der Tabelle 1.

Tabelle 1. Gang von  $E_\infty$  mit der belichteten Flächengröße.

| Lochzahl               |       | 1  | 2                        | 3                        | 5                      | 9                          |
|------------------------|-------|--|--------------------------|--------------------------|------------------------|----------------------------|
| $\frac{E_\infty}{J_0}$ | ber.  | $\omega_d \times \frac{1}{36,5}$<br>55,9 | $\frac{1}{47,5}$<br>43,0 | $\frac{1}{58,5}$<br>34,8 | $\frac{1}{81}$<br>25,2 | $\frac{1}{125}$<br>16,3 kΩ |
|                        | beob. | 55,8                                     | 37,4                     | 31,2                     | 21,2                   | 14,1 kΩ                    |

Die Rechnung liefert in der Tat eine Abnahme des Verhältnisses von Spannung und Stromstärke und zwar in etwa gleichem Maße wie die Beobachtung. Auch die Absolutwerte des Verhältnisses sind in beiden Fällen in so naher Übereinstimmung, wie dies das nur angenäherte Rechenverfahren nicht besser erwarten lassen kann. Es ist danach offenbar berechtigt, aus dieser Gegenüberstellung von Beobachtung und Rechnung den Schluß zu ziehen, daß die im Photoelement lichtelektrisch erregte elektromotorische Kraft  $E_z$ , die für  $W_a = \infty$ , d. h. bei voller Zellausleuchtung, mit der Leerlaufspannung  $E_\infty$  identisch wird, nur von der Beleuchtungsstärke und nicht von der Größe der belichteten Fläche abhängig ist. Denn die rechnerischen Überlegungen beruhen auf der Voraussetzung, daß alle durch Flächenveränderung auftretenden Verschiedenheiten von  $E_\infty$  lediglich auf entsprechende Widerstandsänderungen bei konstant bleibendem  $E_z$  zurückführbar sind. Das Ergebnis dieser Betrachtungen darf gleichzeitig als eine Stütze der Überlegungen des Abschnitts 2 angesehen werden, die hier sinngemäß übernommen worden sind.

Anstatt die Beleuchtungsstärke festzuhalten und die belichtete Flächengröße zu ändern, kann man nun auch die Fläche festhalten und etwa durch Abstandsänderung der Lichtquelle die Beleuchtungsstärke ändern. Durch den Vergleich der Ergebnisse beider Verfahren erhält man die Möglichkeit, die Frage nach der Bedeutung des gesamten wirksamen Lichtstroms für die Zellenspannung zu behandeln. Versuche der zweitgenannten Art sind ebenfalls in Fig. 9 angezeigt. Sie enthält die Ergebnisse, die mit 1, 2 und 9 offenen Löchern bei Abstandsvariation der Lichtquelle gewonnen sind. Als Maß des Lichtstroms dient der Kurzschlußstrom  $J_0$ , da die Berechnung aus dem Abstandsquadrat wegen der Ausdehnung der Lampe namentlich bei kleineren Abständen nicht zuverlässig genug ist. Es findet sich, wie aus dem Zusammenfallen der Meßpunkte mit den zuvor besprochenen Kurven ersichtlich ist, daß der Wert von  $E_\infty$  bei gleichem  $J_0$  praktisch der gleiche ist, ob er durch Bestrahlung einer kleinen Fläche mit großer Beleuchtungsstärke oder einer größeren Fläche mit entsprechend kleinerer Beleuchtungsstärke hervorgerufen ist. Wenn man damit schließen muß, daß die Leerlaufspannung  $E_\infty$  lediglich durch die Lichtstromstärke unabhängig von der jeweiligen Beleuchtungsstärke bestimmt erscheint, so möchte man darin auf den ersten Blick einen Widerspruch gegen die Folgerungen aus dem erstgenannten Meßverfahren sehen.

Dieser Widerspruch fällt fort, wenn man zuläßt, daß der Belichtungs-widerstand der Zelle nur Funktion des Lichtstroms ist unabhängig von dessen Dichte. Würde man den Lichtstrom von der einfachen auf die  $n$ -fache



Fläche verteilen, so würde der der Beleuchtungsstärke zuzuordnende Widerstand der Flächeneinheit  $\omega_l$  bzw.  $\omega_l^n$  aus den oben gegebenen Beziehungen durch die Verbindungsgleichung

$$\omega_d \cdot \left( \frac{n}{\omega_l^n} - \frac{1}{\omega_l} \right) = n - 1$$

festgelegt sein. Zur Prüfung dieser Auffassung werde noch der Einfluß der Lichtausblendung auf die Strom-Spannungskurve betrachtet, die ohne weiteres auf die Widerstandsverhältnisse schließen läßt. Fig. 10 zeigt neben

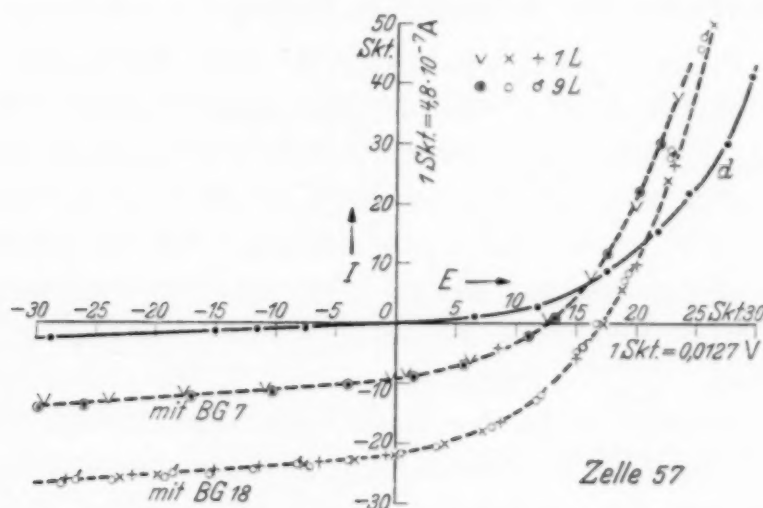


Fig. 10. Einfluß der Lichtstromdichte auf die Kennlinie.

der Dunkelkurve  $d$  zwei für blaugrüne (BG 7) und für hellgrüne (BG 18) Belichtung beobachtete Kurven. Dieselben sind derart aufgenommen, daß die Belichtung das eine Mal durch eine einzige Lochblende von 8 mm Durchmesser, das andere Mal durch neun derartige Blenden mit einer den gleichen Lichtstrom ergebenden abgeschwächten Beleuchtungsstärke erfolgt. Von besonderer Sicherheit ist die Kurve BG 18, deren Versuchswerte abwechselnd mit einer, mit neun und dann nochmals mit einer und mit neun Öffnungen gemessen worden sind, so daß sie also das Ergebnis von vier aufeinanderfolgenden Meßreihen zusammenfaßt. Diese Messungen zeigen, daß beim gleichen Lichtstrom unabhängig von der Lichtverteilung über die Zelle außer gleichem  $J_0$  und  $E_\infty$  auch der gleiche Widerstand bzw. Widerstandsgang mit der Spannung vorhanden ist, wie es der obige Schluß forderte.

Mit diesen Feststellungen soll nun keinesfalls behauptet werden, daß die Verhältnisse bei allen Photoelementen so einfach liegen und so durchsichtig sind. Diese Einschränkung wird offenbar erforderlich im Hinblick auf die viel weniger eindeutigen, die gegenwärtige Frage betreffenden

Angaben des bisherigen Schrifttums. Es ist aber andererseits kein Zweifel, daß die in der vorliegenden Arbeit durchgeführte Auffassung von den Vorgängen im Photoelement diesen Vorgängen prinzipiell angemessen ist und daß etwaige Abweichungen in den beobachtbaren Erscheinungen höchstens auf die Notwendigkeit einer gewissen Verfeinerung, nicht aber der völligen Ablehnung des hier gezeichneten Bildes hinweisen dürften. Bei der bekannten Variabilität der Photoelemente in geringfügigen Einzelheiten wird es weder möglich, noch vom allgemeinen Standpunkt aus zweckmäßig sein, solchen Einzelheiten quantitativ nachzugehen, dies um so weniger, als noch manche Frage grundlegender Art zu bearbeiten bleibt.

4. *Das Verhalten des Photoelements bei tiefer Temperatur.* Sehr bemerkenswert sind die Eigenschaften des Selenphotoelements bei Temperaturerniedrigung. Obwohl im bisherigen Schrifttum mehrfach Versuche bei tiefer Temperatur mitgeteilt worden sind<sup>1)</sup>, ist durch sie das Erscheinungsgebiet noch nicht erschöpfend gekennzeichnet. Für das Verständnis der Vorgänge im Element scheint mir die Kenntnis des hier zu beschreibenden charakteristischen Verhaltens, das bisher offenbar unerkannt geblieben ist, bedeutungsvoll.

Fig. 11 veranschaulicht den Gang einer Versuchsreihe, die mit der Zelle Z 3 bei  $50000\ \Omega$  Vorwiderstand und einer negativen Vorspannung durchgeführt ist. Die ursprünglich tagelang abgedunkelte, auf Zimmertemperatur befindliche Zellenanordnung wird zur Zeit 0 in *flüssige Luft*<sup>2)</sup> gebracht. Man sieht, wie mit langsam fortschreitender Abkühlung der Zelle die Ausgangsspannung von rund  $-30\text{ Sk.}$  ansteigt und nach etwa 20 Minuten einen Dunkelhöchstwert erreicht, während die Stromstärke  $J$  abfällt und schließlich unmeßbar klein wird. Dieses Verschwinden des Stromes ist auch im Falle fehlenden Vorwiderstandes mit dem benutzten Meßinstrument — Empfindlichkeit  $4,8 \cdot 10^{-7}\text{ A/Sk}$  — festzustellen; er ist also zum mindesten auf  $1/1000$  seines Ausgangswertes zurückgegangen. Beachtenswert ist die im Verlauf beider Kurven deutlich auftretende Inflexion, die bei allen Versuchsreihen auftrat und eine innere, bei Erwärmung rückgängige Veränderung der Zelle andeutet.

Wird die Zelle, nachdem sie den genannten Endzustand erreicht hat, weiß belichtet ( $I$ ), so erfolgt ein momentaner Spannungssturz und gleich-

<sup>1)</sup> Vgl. B. Lange, Phys. ZS. **32**, 850, 1931; B. Lange, Die Photoelemente, I. Teil, S. 68, 1936; A. Mittmann, ZS. f. Phys. **88**, 366, 1934; L. Bergmann u. R. Pelz, ZS. f. techn. Phys. **18**, 181, 1937. — <sup>2)</sup> Die wir laufend dem großen Entgegenkommen der I. G. Farbenindustrie, Ludwigshafen-Oppau, verdanken.

zeitig ein kräftiger Stromanstieg. Nachfolgende Abdunklung führt nur zu einer teilweisen, aber nahe momentan verlaufenden Rückkehr der früheren Werte. Ein erheblicher Teil der Lichtwirkung ist „eingefroren“, und nur durch Entfernen der Kühlung können in relativ kurzer Zeit die der Zimmertemperatur zukommenden Ausgangswerte von Strom und Spannung wieder erreicht werden. Wird jetzt die gleiche Belichtung bei Zimmertemperatur vorgenommen, so stellen sich für  $E$  und  $J$  die gleichen Werte ein wie vorher

bei  $-180^{\circ}$ , und dieser Lichteinfluß ist beim Abdunkeln in kurzer Zeit völlig rückgängig. Das wesentliche Ergebnis dieser Beobachtung ist dieses, daß die Belichtung den ganzen Einfluß der Tiefkühlung auf die Dunkelzelle praktisch momentan völlig ausschaltet, so daß sich die Zelle während der Belichtung wie eine nicht gekühlte verhält. Die Kühlung macht

sich aber sofort beim Abdunkeln wieder bemerkbar dadurch, daß sie den Lichteinfluß teilweise auf lange Zeit konserviert. Es hat den Anschein, als ob der Gesamtwiderstand des Photoelements aus zwei verschiedenen Bestandteilen bestehe, von denen nur der eine im Dunkelfall wesentlich temperaturabhängig sei; es wäre dies offenbar der Teil, dessen Veränderung im Licht bei tiefer Temperatur auch im Dunkeln bestehen bliebe.

Von besonderem Interesse ist in diesem Zusammenhang die in Fig. 12 zusammengefaßte Erfahrung. Man findet hier zunächst wieder den Anstieg der Vorspannung und den entsprechenden Abfall des Stromes beim Übergang der verdunkelten Zelle von Zimmertemperatur auf  $-180^{\circ}$ . Anstatt aber nun *weiß* zu belichten, wird hier jetzt nacheinander jeweils 7,5 Minuten lang mit *verschieden gefiltertem Licht* belichtet. Die angegebenen Filterbezeichnungen sind diejenigen der Jenaer Farbgeläser, und darunter ist der von ihnen durchgelassene ungefähre Wellenbereich angemerkt. Zur Beurteilung der in den Einzelfällen in Betracht kommenden wirksamen Intensität ist über der Abszissenachse durch geeignet bezeichnete Vertikalstrecken jeweils Zellenspannung  $E_{\infty}$  und Kurzschlußstrom  $J_0$  aufgetragen, wie sie bei normaler Temperatur ohne Vorspannung im betreffenden Filterlicht sich einstellen würden. Man erkennt, daß die ersten fünf benutzten Licht-

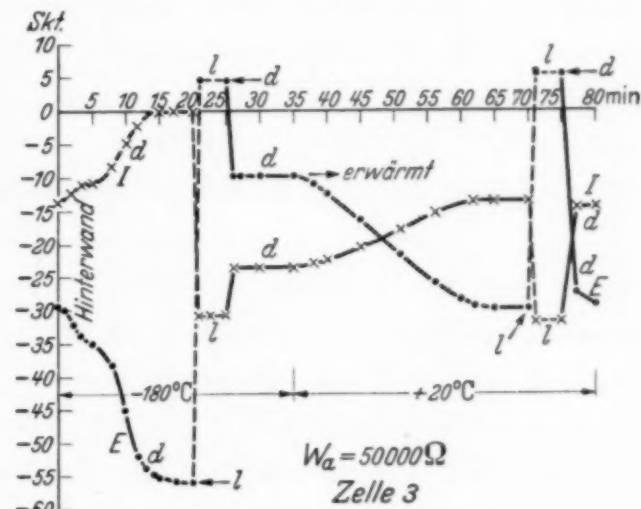


Fig. 11. Vorspannung bei tiefer Temperatur.

sorten bei  $-180^{\circ}$  weder die an der Zelle liegende Spannung  $E$ , noch den Zellenstrom  $J$  irgendwie beeinflussen. Sie sind photoelektrisch völlig wirkungslos, obwohl sie bei normaler Temperatur teilweise eine recht beträchtliche Wirkung zeigen. Erst die Belichtung im Rot (RG 8) führt zu einem rasch ablaufenden Spannungssturz mit entsprechendem Stromanstieg, woran nachfolgende Verdunklung nichts Wesentliches ändert, was wieder auf die Konservierung des Lichteinflusses hinweist. Im letzten Teil des

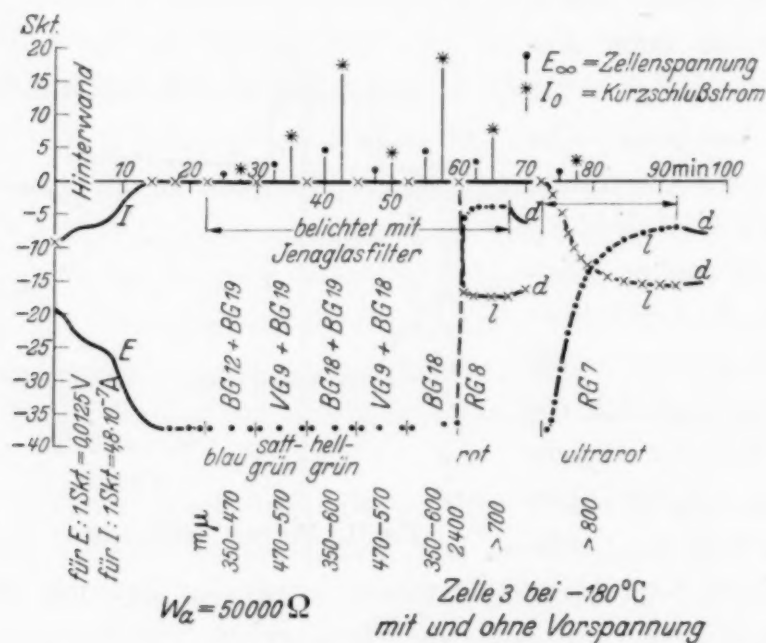


Fig. 12. Belichtung mit verschiedenen Wellenlängen bei  $-180^{\circ}$ .

Kurvenbildes ist schließlich der in einem getrennten Versuch verfolgte Einfluß der Belichtung durch Ultrarot (RG 7) wiedergegeben. Es ist auch hier eine deutliche Lichtwirkung vorhanden, die aber zeitlich langsam anklingt.

Diese Beobachtungen ergeben somit das wesentliche Resultat, daß die Zelle mit Vorspannung bei der Temperatur der flüssigen Luft photoelektrisch nur von langwelligem Licht (rotem und ultrarotem) beeinflusst wird, während kürzerwelliges Licht keinerlei ersichtliche Wirkung hervorruft. Da außerdem die Wirkung gerade des langwelligen Lichts nahe völlig konserviert bleibt, so haben wir es hier offenbar mit dem Einfluß auf denjenigen Teil des Photoelements zu tun, dessen Widerstand wir oben als wesentlich temperaturabhängig bezeichnet haben. Man wird im Hinblick auf die bekannte spezifische Rotempfindlichkeit des Selen diesen Zellenteil mit der normalen Selen-schicht identifizieren dürfen.



Es wird jetzt noch erforderlich, die Frage der *Leerlaufspannung* und des *Kurzschlußstroms bei tiefer Temperatur* näher zu verfolgen. Die Erfahrung an unserer Zelle zeigt, daß alle Lichtwellen, die sich im Falle von Vorspannungen bei  $-180^{\circ}$  als wirkungslos erweisen, auch ohne Vorspannung wirkungslos sind und weder eine Photospannung noch einen Photostrom nachweisen lassen, während das langwellige Rot ganz wie im zuvor betrachteten Fall einen deutlichen Photoeffekt hervorruft.

Diese Feststellung bedarf allerdings einer ausdrücklichen Voraussetzung. Es ist dies diejenige, daß die betrachtete Zelle vor jedem Versuch im Dunkeln vollkommen erholt sein muß und nicht etwa noch Eindrücke einer vorhergegangenen wirksamen Belichtung konserviert haben darf. Die offenbare Nichtbeachtung dieser Voraussetzung dürfte manche Angaben im Schrifttum beeinflussen haben.

Wenn eine Zelle bei  $-180^{\circ}$  rot oder weiß belichtet und also photoelektrisch wirksam geworden ist, so liefert sie danach auch im kürzerwelligen Licht eine Photospannung und einen Photostrom, die beide von den bei Zimmertemperatur von vornherein auftretenden Werten nicht sehr wesentlich verschieden sind. Es ist dabei auffallend, daß die besondere Wahl der Vorbelichtung für die Wirkung der kürzeren Wellen nahe belanglos ist. Weder die Absolutwerte noch der relative Gang des Kurzschlußstromes mit der Lichtsorte ist merklich davon abhängig, ob die Vorbelichtung etwa mit langwelligem Rot oder mit dem lichtelektrisch viel stärker wirksamen weißen Licht vorgenommen wird. Einige merklichere Schwankungen zeigt die Leerlaufspannung.

Die Tabelle 2 enthält zur Veranschaulichung die für verschiedene Filter gefundenen Relativwerte von  $J_0$  und  $E_x$  gegenüber RG 8- und Weiß-Vorbelichtung. Die erste und vierte Zahlenkolonne ist so gewonnen, daß die Zelle Z 3 abwechselnd mit RG 8 und dem jeweils genannten Filterlicht belichtet und das Resultat relativ zu RG 8 angegeben ist. Entsprechend beziehen sich die Werte der dritten und sechsten Kolonne auf Weiß-Vorbelichtung. Schließlich kann man die experimentell auf RG 8 bezogenen Werte unter Benutzung des Wirkungsverhältnisses von RG 8 und Weiß ebenfalls rechnerisch auf Weiß beziehen; dies liefert die Angaben der zweiten und fünften Zahlenkolonne.

Der Vergleich der zweiten und dritten Kolonne zeigt in nahe voller Strenge, daß die lichtelektrische Wirkung der kürzeren Wellen, soweit sie sich im Kurzschlußstrom äußert, unabhängig ist von der Art der Vorbelichtung, welche den beobachteten Effekt überhaupt erst ermöglicht.

Die Übereinstimmung der Werte der fünften und sechsten Kolonne ist weniger vollständig, aber immerhin mit der allgemeinen Schlußfolgerung verträglich.

Tabelle 2. Relative photoelektrische Wirkung bei  $-180^{\circ}\text{C}$  bei Rot- und Weiß-Vorbelichtung.

| Filter         | $J_0$                  |                       |                        | $E_{\infty}$           |                       |                        |
|----------------|------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
|                | gegen<br>RG 8<br>beob. | gegen<br>Weiß<br>ber. | gegen<br>Weiß<br>beob. | gegen<br>RG 8<br>beob. | gegen<br>Weiß<br>ber. | gegen<br>Weiß<br>beob. |
| UG 6 . . . . . | 0,256                  | 0,044                 | 0,051                  | 0,400                  | 0,200                 | 0,262                  |
| RG 1 . . . . . | 1,950                  | 0,333                 | 0,320                  | 1,246                  | 0,623                 | 0,627                  |
| BG 19 + OG 2 . | 1,425                  | 0,244                 | 0,244                  | 0,930                  | 0,465                 | 0,478                  |
| BG 19 + BG 18  | 1,816                  | 0,311                 | 0,321                  | 1,145                  | 0,572                 | 0,600                  |
| BG 19 + BG 12  | 0,189                  | 0,032                 | 0,033                  | 0,175                  | 0,088                 | 0,106                  |
| BG 19 + GG 11  | 2,900                  | 0,496                 | 0,495                  | 1,485                  | 0,742                 | 0,728                  |
| BG 19 + VG 9 . | 0,700                  | 0,120                 | 0,125                  | 0,538                  | 0,269                 | 0,342                  |
| RG 8 . . . . . | 1                      | 0,171                 | 0,171                  | 1                      | 0,500                 | 0,500                  |

Für das Verständnis der neuen Erscheinung ist noch die Hinzunahme der Tatsache von Bedeutung, daß die Werte  $E_{\infty}$  und  $J_0$  für RG 8 bei  $-180^{\circ}$  von gleicher Größe sind, ob die Zelle beispielsweise weiß vorbelichtet ist oder nicht. Es geht daraus hervor, daß der Selenwiderstand, der beim Abdunkeln sich kaum ändert, sich dagegen sofort auf eine wirksame Belichtung anderer Art neu einstellt. Es ist daher anzunehmen, daß diese Einstellung auch in den oben betrachteten Fällen erfolgt, wenn wir zulassen, daß die kürzeren Wellen, die den Dunkelwiderstand des Selens nicht zu beeinflussen vermögen, dies beim vorbelichteten Selen tun. Ohne diese Möglichkeit bliebe, soweit zu sehen, nur die unwahrscheinlichere Vorstellung, daß der oben schon erwähnte zweite Anteil des Gesamtwiderstandes groß sei gegenüber den durch die Vorbelichtung verursachten Veränderungen im Selenwiderstand.

Die gesamte hier beigebrachte neue Erfahrung stützt die Auffassung, mit der wir mit dem älteren Schrifttum übereinstimmen, daß im Selenphotoelement mindestens zwei Zonen zu unterscheiden sind, nämlich der Bereich, in welchem die elektromotorische Kraft der Zelle  $E_z$  sich ausbildet, und ein sich anschließender Bereich, der für die Unterhaltung des Photostromes verantwortlich ist. Der erstere ist örtlich eng begrenzt, und eine elektrische Vorspannung an der Zelle hat auf den spannungserzeugenden Mechanismus unter den Bedingungen der vorliegenden Versuche keinen merklichen Einfluß. Der meßbare Gesamtwiderstand der Zelle setzt sich sonach aus zwei hintereinander geschalteten Teilen zusammen, die einzeln

offenbar aus der Verschiedenheit ihrer Licht- und Temperaturempfindlichkeit kenntlich werden können. Charakteristisch ist hier das stark selektive Verhalten der Belichtung und die erhebliche Konservierung des Belichtungseinflusses im Selen nach Abdunklung bei tiefer Temperatur. Welcher Art der Mechanismus der Spannungs- und Strombildung im einzelnen ist, soll hier unerörtert bleiben, da direkte Hinweise hierauf seitens unserer Versuche nicht vorliegen. Es ist zu erwarten, daß neue, durch die hier vermittelte Kenntnis geleitete Beobachtung auch in dieser Richtung weiterführen kann.

Ich habe zum Schluß der sehr dankenswerten Unterstützung zu gedenken, welche diese Untersuchung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft, die Gesellschaft der Freunde der Universität Heidelberg und insbesondere durch die Direktion der S. A. F. Nürnberg erfahren hat.

*Heidelberg, Philipp-Lenard-Institut der Universität.*

(Mitteilung aus dem Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule Dresden.)

## Die Diffusion von Wasserstoff und Deuterium durch Eisen.

### II. Glimmentladung in Gemischen von Wasserstoff mit anderen Gasen.

Von A. Güntherschulze und Alfred Winter.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 27. März 1939.)

Schon die geringsten Spuren von Sauerstoff setzen die Diffusion von Wasserstoff durch Eisen sehr stark herab. Bei Beseitigung der letzten Sauerstoffspuren durch Verwendung von  $P_2O_5$  im Entladungsgefäß selbst steigt die diffundierende Wasserstoffmenge bei 4500 Volt Kathodenfall bis auf über  $26 \text{ cm}^3 \text{ Torr/mA min.}$  Eine Erklärung für diesen hohen Wert wird versucht. — In  $H_2$ -Ar-Gemischen nimmt die Diffusion bei kleinem Kathodenfall mit zunehmendem Ar-Gehalt zunächst beträchtlich zu. Eine Verstopfung des Eisens durch Ar tritt bei 273 Volt Kathodenfall überhaupt nicht, bei 1171 Volt bei 55% Ar und bei 2157 Volt schon bei 20% Ar ein. Bei Ne und He liegen die Verhältnisse ähnlich. Eine durch Verstopfen mit Edelgasionen undurchlässig gemachte Eisenplatte verliert ihre Undurchlässigkeit im Verlauf von Zehnern von Stunden allmählich, ein Zeichen, daß auch die Edelgasionen im Eisen, wenn auch äußerst langsam, wandern.

Die folgende Untersuchung knüpft unmittelbar an die vorhergehende<sup>1)</sup> an. Apparatur und Meßmethode sind im wesentlichen die gleichen. Sämtliche Versuche wurden mit einer 0,1 mm dicken Platte aus reinem Elektrolyt-eisen mit sehr glatter Oberfläche durchgeführt, die von der Firma Heraeus geliefert war. Ihr wirksamer Durchmesser betrug 14,5 cm. Da Wasserstoff, wie in der ersten Untersuchung gezeigt wurde, als einziges von allen Gasen leicht durch Eisen hindurchdiffundiert, wenn es durch eine Glimmentladung hineingeschossen wird, hofften wir bei Verwendung von Gasgemischen mit Hilfe der durch das Eisen diffundierenden Wasserstoffmenge feststellen zu können, wieviel % der aus dem Gasgemisch auf die Kathode aufprallenden Ionen Wasserstoffionen waren, d. h. wie sich die Ionisierung auf Wasserstoff und Fremdgase in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis, Fremdgasart und Kathodenfall verteilt.

Diese Hoffnung wurde zunächst enttäuscht. Dafür fanden wir aber andere neue Erscheinungen, die wir im folgenden mitteilen möchten.

<sup>1)</sup> A. Güntherschulze, Hans Betz u. Hans Kleinwächter, ZS. f. Phys. 111, 657, 1939.



1.  $D_2$ - $O_2$ -Gemisch. Wir wählten für diesen Versuch  $D_2$ , weil es in einem Behälter vorrätig war, aus dem es sich mit Hilfe eines Prytz-Ventils sehr bequem dosieren ließ.  $D_2$  und  $H_2$  verhalten sich grundsätzlich gleich. Sobald in einem  $D_2$ - $O_2$ -Gemisch eine Glimmentladung besteht, stellt sich ebenso wie bei  $H_2$  ein Gleichgewicht  $D_2$ - $D_2O$ - $O_2$  her<sup>1)</sup>.

Fig. 1 enthält die durch das Eisen diffundierende Wasserstoffmenge  $i_d$  in  $\text{cm}^3 \text{ Torr/mA min}$  Volt in Abhängigkeit von dem Prozentgehalt  $O_2$ . Der Kathodenfall lag stets in möglichster Nähe von 1000 Volt. Die Diffusionswerte wurden unter Annahme von Proportionalität zwischen Diffusionsmenge und Kathodenfall auf genau 1000 Volt umgerechnet.

Fig. 1 zeigt, daß die Wasserstoffstromstärke  $i_d$  durch den Zusatz sehr geringer Mengen von  $O_2$  sehr stark verringert wird. Es wird vermutet, daß das auf der Bildung von Eisenoxyd beruht, das für Wasserstoff undurchlässig ist.

2. Höchste Reinheit des  $H_2$ . Bereits in der ersten Arbeit war darauf hingewiesen, wie wichtig die Reinheit des  $H_2$  für die Versuche ist. Es war deshalb der Wasserstoff sorgfältig in einem besonderen Entladungsgefäß über  $P_2O_5$  rein gebrannt und das Meßgefäß immer wieder gespült worden, ehe die Versuche begonnen wurden. Trotzdem wurde vermutet, daß die Streuung der Werte bei einem Kathodenfall in der Gegend von 3000 Volt auf restlichen Verunreinigungen beruhte. Da nun nach Fig. 1 der Sauerstoff oder, was auf dasselbe hinausläuft, der Wasserdampf die Ursache ist, wurde ein Entladungsgefäß von 24 cm Höhe gewählt, in dessen unteren Teil eine größere Menge  $P_2O_5$  in einer Schale aus Al-Blech untergebracht werden konnte. Gegen Auftreffen von Elektronen wurde ein Deckel aus Al-Folie mit eingekerbten Seitenflächen darüber gedeckt.

Mit dieser Anordnung wurde noch einmal  $i_d$  in Abhängigkeit vom Kathodenfall aufgenommen. Das Ergebnis war erstaunlich. Es ist in Fig. 2

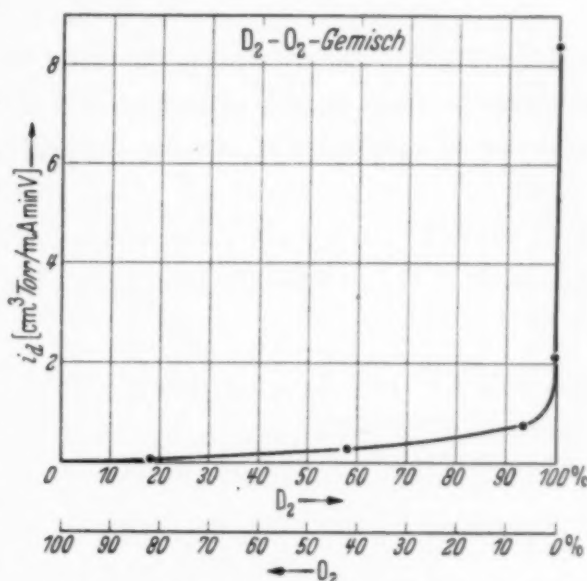


Fig. 1. Die durch Eisen diffundierende Wasserstoffstromstärke  $i_d$  in Abhängigkeit von dem Prozentgehalt  $O_2$ .

<sup>1)</sup> A. Güntherschulze u. Herbert Schnitger, ebenda 103, 627, 1936.

zusammen mit der Kurve wiedergegeben, die an dem gleichen Eisenblech vor Einführung des  $P_2O_5$  in das Entladungsgefäß selbst erhalten war. Durch die hochgradige Reinigung im Entladungsgefäß selbst wird also die Wasserdurchlässigkeit des Eisens noch weitgehend verbessert.

Die neue zu dieser größten Reinheit gehörige Kurve ist aber noch in anderer Hinsicht sehr bemerkenswert. In der ersten Arbeit war angegeben, daß für eine mA min. Ionenstrom auf die Kathode  $5,68 \text{ cm}^3$  Torr  $H^+$ -Ionen oder  $11,36 \text{ cm}^3$  Torr  $H_2^+$ -Ionen aufprallen. Selbst wenn also sämtliche

Ionen  $H_2^+$ -Ionen sind und diese sämtlichen aufprallenden Ionen glatt durch das Eisen hindurchgeschossen werden, können auf der Meßraumseite niemals mehr als  $11,36 \text{ cm}^3$  Torr/mA min erscheinen. Nach Fig. 2 erscheinen aber bei 4500 Volt Kathodenfall  $26 \text{ cm}^3$  Torr/mA min im Meßraum.

Folgende Erklärung scheint uns nahe zu liegen: Erstens führen die Erscheinungen der gewöhnlichen, nicht elektrischen Diffusion von Wasserstoff ins Eisen bei erhöhter Temperatur zu der Annahme, daß ein Wasserstoffmolekül immer dann ins Eisen eindringen kann, wenn seine Aufprallenergie größer

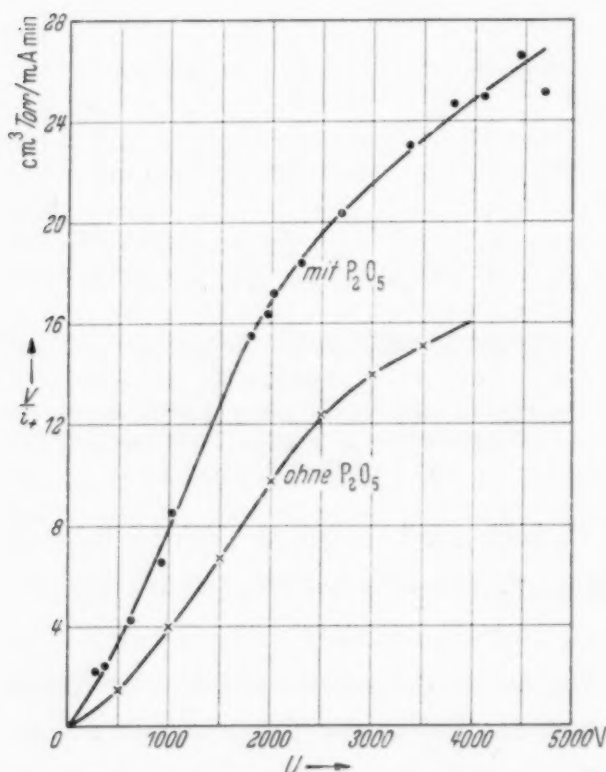


Fig. 2. Die Wasserdurchlässigkeit durch 0,1 mm Elektrolyteisen mit und ohne  $P_2O_5$ .

als die Aktivierungsenergie, d. h. die Energie für den Zerfall des Moleküls in seine Atome an der Eisenoberfläche ist. Diese Aktivierungsenergie liegt in der Größenordnung von 1 Volt.

Zweitens war gezeigt worden<sup>1)</sup>, daß die Erwärmung des Gases im Hittorfschen Dunkelraum außerordentlich viel geringer ist, als sich aus den gewöhnlichen Stoßgesetzen ergibt. Als Erklärung war u. a. hervorgehoben, daß die Stöße der Ionen gegen die Gasmoleküle gerichtete Stöße sind und daß die getroffenen Gasmoleküle in Richtung auf die Kathode beschleunigt werden und ihre aufgenommene Stoßenergie an diese

<sup>1)</sup> A. Güntherschulze u. Werner Bär, ZS. f. Phys. **107**, 642, 1937.

abgeben. Daraus würde unmittelbar folgen, daß die auf die Kathode aufprallende Gasmenge weit größer ist, als die, welche sich aus der aufprallenden Ionenmenge selbst berechnet.

Entsprechend werden die in der ersten Arbeit ausgerechneten mittleren Eindringtiefen geringer, was nur erfreulich ist.

3.  $H_2-N_2$ . Wenn 25%  $N_2$ , 75%  $H_2$  gemischt wurden, stieg während des Versuchs die Spannung schnell an und der Strom nahm innerhalb von 2 Minuten von 20 auf Bruchteile eines mA ab. Als Ursache ergab sich, daß das Gas fast völlig verschwunden war. Es bildete sich  $NH_3$ , das in der Falle mit flüssiger Luft kondensiert wurde<sup>1)</sup>. Wurde die flüssige Luft weggelassen, so traten Störungen auf. Es wurde deshalb auf Untersuchung dieses Gemisches verzichtet.

4.  $H_2-Ar$ . Fig. 3 zeigt die Diffusionsstromstärke des Wasserstoffs für die drei Kathodenfälle 237 Volt (annähernd normaler Kathodenfall), 1171 und 2157 Volt. Zum besseren Vergleich ist dabei  $i_d$  für 100%  $H_2$  bei den drei genannten Spannungen gleich 10,0 gesetzt und danach alle Werte mit dem entsprechenden Faktor multipliziert.

Nach der Kurve für 237 Volt steigt die Diffusionsstromstärke bei Zusatz von Ar zum Wasserstoff bis auf ein Maximum bei 25% Ar an, das um 69% höher liegt als bei reinem Wasserstoff. Bei 1171 Volt sind es noch 11,9%, bei 2157 Volt ist das Maximum fast völlig verschwunden. Bei 237 Volt fällt die Kurve erst bei ganz geringen Wasserstoffgehalten scharf auf Null ab. Bei 1171 Volt schon bei 40% und bei 2157 Volt schon bei 75% Wasserstoff.

Daraus folgt: Bei 237 Volt hat Ar noch nicht die Fähigkeit, die Eisenoberfläche für Wasserstoff zu verstopfen. Bei höheren Spannungen ist diese Fähigkeit vorhanden und es kommt zu einem Kompromiß. Die Ar-Ionen verstopfen, die Wasserstoffionen beseitigen die Verstopfung durch Kathodenzerstäubung. Bei 1171 Volt führt dieses Gegenspiel zur Verstopfung bei 45%  $H_2$ , bei 2157 Volt setzt die Verstopfung bereits bei 80%  $H_2$  ein.

Schwieriger ist die Zunahme der Wasserstoffdiffusionsstromstärke bei geringeren Ar-Zusätzen zu erklären. Man könnte daran denken, daß bei Gegenwart von Ar der Wasserstoff stark dissoziiert, mehr  $H^+$ -Ionen auf Kosten der  $H_2^+$ -Ionen gebildet werden und die  $H^+$ -Ionen tiefer in das Eisen hineingeschossen werden.

<sup>1)</sup> Brewer u. Westhaver, Journ. phys. chem. **34**, 153, 1930.

Wahrscheinlich ist aber die Ursache eine ganz andere. Wir haben zahlreiche Versuche in reinem Wasserstoff immer wieder bei 1000 Volt Kathodenfall angestellt. Immer wieder fanden wir entsprechend Fig. 2

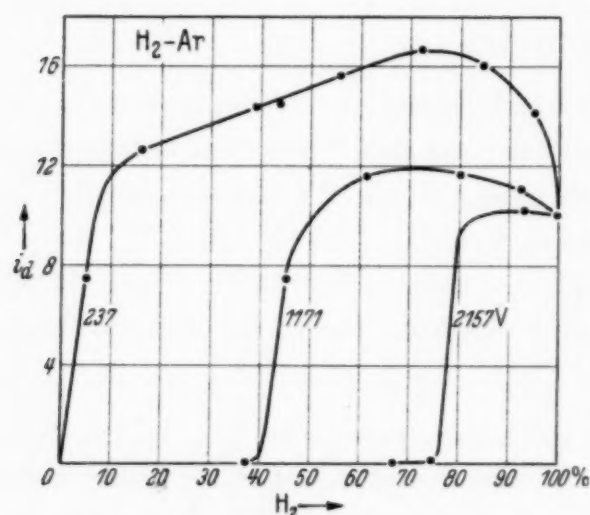


Fig. 3. Die Diffusionsstromstärke  $i_d$  für drei Kathodenfälle in  $H_2$ -Ar-Gemischen.

8,4 cm<sup>3</sup> Torr/mA min. Als wir jedoch nach Aufnahme der Kurve für 1171 Volt der Fig. 3 am nächsten Morgen wieder einen Versuch mit ganz reinem Wasserstoff und 1000 Volt machten, fanden wir 14,2 cm<sup>3</sup> Torr/mA min. Darauf stellten wir folgenden Versuch an. Die Eisenplatte wurde drei Minuten lang mit 1240 Volt und 14,6 mA in ganz reinem Ar belastet. Dann wurde das Ar durch hochgradig reinen Wasserstoff ersetzt und etwa alle Stunden

mit einer Einschaltung von nur 30 sec bei einem ganz kleinen Prüfstrom von 8 mA die Durchlässigkeit untersucht. Fig. 4 zeigt das Ergebnis.

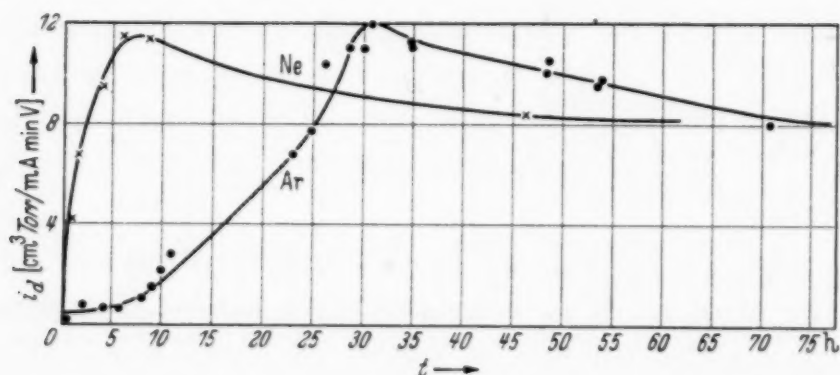


Fig. 4. Die Durchlässigkeit nach Beschießen mit Ar- und Ne-Ionen in Abhängigkeit von der Zeit.

Die Durchlässigkeit erreicht dabei nicht ganz den vorgenannten Wert, steigt jedoch bis 12,0 an, um darauf nach 40 Stunden auf den normalen Wert von 8,4 wieder abzusinken. Daraus folgt:

1. Die fast völlige Verstopfung der Eisenplatte durch Ar hält unter den gewählten Versuchsbedingungen stundenlang an. Danach wird die Eisenplatte ganz allmählich wieder durchlässig.

2. Ar vermag also auch bei Zimmertemperatur im Eisen zu wandern, wenn auch nur äußerst langsam.



3. Die Durchlässigkeit steigt beträchtlich über den normalen Wert von 8,4 hinaus.

4. Wenn also das Ar aus der Verstopfungszone wegdiffundiert, läßt es die Eisenoberfläche in einem Zustand zurück, bei welchem der Wasserstoff leichter eindringen kann als im normalen Zustand.

5. Dieser Zustand verschwindet mit der Zeit wieder.

Es besteht nun die Vermutung, daß diese Zustandsänderung der Eisenoberfläche durch die Ar-Atome auch schon eintritt, ehe es zur Verstopfung kommt und daß sie die Ursache für das Maximum der Stromstärke in Fig. 3 ist.

6.  $H_2$ -Ne. Fig. 5 zeigt die Diffusionsstromstärke für 1000 Volt Kathodenfall. Ein Maximum fehlt hier, bei 45% ist die Verstopfung nahezu vollständig. Die Kurve der Erholung nach der Verstopfung ist mit in Fig. 4 eingetragen.

Die Verstopfung war durch eine Entladung von 2 Min. bei 9,60 mA und 1358 Volt hervorgerufen. Auch hier zeigt sich ein Hinaufgehen der Stromstärke über den normalen Wert von 8,4.

7.  $H_2$ -He. Fig. 6 zeigt die Meßergebnisse für Spannungen von 1150 und 227 Volt. Ähnlich wie bei Ar vermag He bei 227 noch nicht zu verstopfen und erhöht den Wasserstoffstrom stark über den dem Mischungsverhältnis entsprechenden Wert. Bei 1150 Volt wirkt das He von vornherein schwächend auf die durchtretende Menge. Bei etwa 35%  $H_2$  setzt kräftige Verstopfung ein, aber wie spätere Versuche zeigten, braucht sie hier wesentlich längere Zeit, um voll wirksam zu werden, als bei Ar.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft möchten wir für Bereitstellung von Mitteln auch an dieser Stelle danken. Ebenso Herrn Direktor Dr. Reiter für die freundliche Überlassung einer Stahldiffusionspumpe.

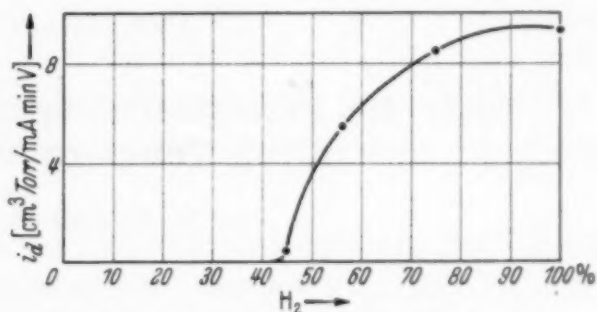


Fig. 5. Die Diffusionsstromstärke  $i_d$  für 1000 Volt in  $H_2$ -Ne-Gemischen.

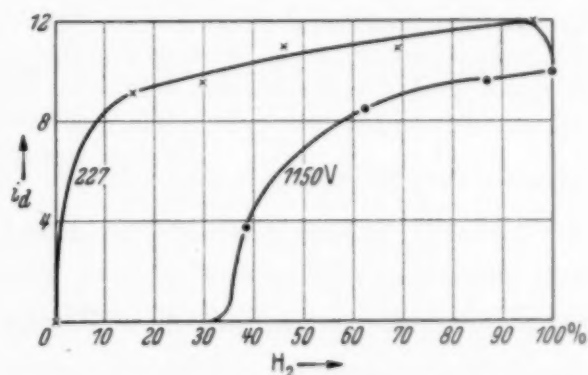


Fig. 6. Die Diffusionsstromstärke  $i_d$  für zwei Kathodenfälle in  $H_2$ -He-Gemischen.

[Mitteilung der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung  
(Osram-Konzern).]

## Über die Festigkeitssteigerung von Quarzglas durch Temperaturerhöhung.

Von W. Dawihl und W. Rix.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 31. März 1939.)

Quarzglas zeigt zwischen Zimmertemperatur und 800° C einen erheblichen Anstieg der Zerreißfestigkeit. Durch die Untersuchung sollte geklärt werden, in welchem Umfang Fehlstellen im Quarzglas und deren Ausheilen während des Belastungsversuches bei 800° zur Erklärung des Festigkeitsanstieges heranzuziehen sind. Die Ergebnisse führen zu dem Schluß, daß der Festigkeitsanstieg jedoch zum mindesten nicht allein auf Fehlstellen und deren Ausheilen zurückgeführt werden kann.

In einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> ist gezeigt worden, daß Quarzglas bei 800° eine etwa um ein Drittel größere Festigkeit als bei Zimmertemperatur besitzt. Die Frage, worauf diese Festigkeitssteigerung zurückzuführen ist, war in der genannten Arbeit offen gelassen worden. Es kann sich dabei um eine Festigkeitssteigerung handeln, die auf das Ausheilen von Oberflächenkerbstellen bei 800° zurückzuführen ist, es kann aber auch eine Eigentümlichkeit des Quarzglases vorliegen. Auch Herstellungsart des Quarzglases und etwaiger Gehalt an Fremdstoffen kann mit der Festigkeitssteigerung in Zusammenhang stehen. Durch die Arbeiten von Smekal und seinen Schülern ist der Einfluß von Fehlstellen auf die Festigkeit des Glases eingehend untersucht worden. Die Größe und Zahl der Fehlstellen, die sich bei der Abkühlung eines glasigen Körpers unterhalb seines Transformationsbereiches ausbilden, hängen u. a. von dem Ausdehnungskoeffizienten und der Wärmeleitfähigkeit des Glases ab. Je größer der Ausdehnungskoeffizient eines Glases ist, um so größer ist die Wahrscheinlichkeit für die Ausbildung von Fehlstellen. Bei Mehrstoffgläsern kann man diese Fehlstellen und damit auch die Festigkeit besonders gut dadurch beeinflussen, daß man die Glaskörper auf Temperaturen oberhalb des Transformationsbereiches erhitzt und sie dann außerordentlich langsam

<sup>1)</sup> ZS. f. techn. Phys. **19** Nr. 10, 294–296, 1938.

abkühlt. Man kann auch so verfahren, daß die an Fehlstellen reichen Oberflächenschichten in geeigneter Weise entfernt werden.

Bei reinem Quarzglas liegt der Ausdehnungskoeffizient um mehr als eine Zehnerpotenz tiefer als der von Mehrstoffgläsern, infolgedessen dürfte bei Quarzglas von vornherein mit einer geringeren Neigung zur Bildung von Oberflächenspannungen bzw. Fehlstellen zu rechnen sein. Seine hohe Erweichungstemperatur, die mehr als doppelt so hoch liegt wie die eines üblichen Mehrstoffglases, müßte sich dagegen ungünstig für die Ausheilung vorhandener Fehlstellen auswirken.

Um zu klären, ob es sich bei der Festigkeitszunahme des Quarzglases bei steigender Temperatur um ein Ausheilen derartiger Fehlstellen handelt, wurden Stäbe aus Quarzglas sowohl verschiedenartigen Wärmebehandlungen als auch einer Ätzeinwirkung mit Flußsäure zur Entfernung der Oberflächenschichten unterworfen. Ferner wurde die Temperaturabhängigkeit der Festigkeit zu ermitteln gesucht. Über die Ergebnisse dieser Prüfungen wird im folgenden berichtet.

*Versuchsdurchführung.* Die für die Bestimmung der Zerreißfestigkeit benutzten Quarzglasstäbe besaßen die gleiche Form, wie sie für die erste Untersuchung verwendet worden war. Sie waren also 110 bis 120 mm lang und 4 mm stark. Die Mitte war auf etwa 15 mm eingeschnürt und hatte dort nur den Durchmesser von 3 mm. Die Enden waren kugelförmig erweitert. Sie wurden in konisch geformte Al-Backen eingeführt, die auf Messingträger aufgeschraubt und so in die Schoppersche Zerreißmaschine eingespannt wurden. Diese Träger waren kardanisch gebaut, so daß sich der Stäbchenkopf frei nach allen Richtungen bewegen konnte. Die Gefahr des Verkantens war dadurch zwar nicht beseitigt, aber doch sehr stark herabgesetzt.

Für Messungen bei höheren Temperaturen wurde ein Ofen über das Stäbchen geschoben. Dieser Ofen war zwar etwas größer als bei den früheren Versuchen, es mußten aber doch noch die Einspannköpfe und ein etwa 10 mm langes Stück des Prüfstabes außerhalb des Ofens bleiben. Infolgedessen befand sich nur der mittlere Teil des Stäbchens bei der angegebenen Temperatur. Diese Temperatur wurde mit einem Thermoelement gemessen, sie stimmt mit der Stäbchentemperatur auf mindestens  $\pm 25^{\circ}\text{C}$  überein. Bei dieser Anordnung haben die Stäbchenenden naturgemäß eine weit tiefere Temperatur als die Stäbchenmitten. In den Fällen, in denen die Festigkeitssteigerung durch die Temperaturerhöhung größer war als dem Verhältnis der Querschnitte an der Einschnürung und den kälteren Teilen

der Stäbe entsprach, rissen die Stäbe nicht in der Mitte, sondern an den Enden. Die gefundenen Festigkeitswerte müssen in diesen Fällen als zu niedrig angesehen werden<sup>1)</sup>.

Es wurden auch Messungen bei der Temperatur des Kohlensäureschnees vorgenommen. Dabei war das Stäbchen mit einem Papprohr umgeben und dieses Papprohr wurde mit feingepulvertem Kohlensäureschnee gefüllt.

Die Bestimmung der Zerreißfestigkeit geschah wieder mit der gleichen Schopperschen Zugfestigkeitsprüfmaschine, die schon in der früheren Arbeit benutzt wurde. Bei dieser Maschine erfolgt die Laststeigerung durch motorischen Antrieb, so daß die Belastungssteigerung bei allen Messungen gleich groß ist.

Die Quarzglasstäbe wurden aus klar durchgeschmolzenem Quarzglas durch Bearbeiten und Ausziehen in der Knallgasflamme hergestellt, sie erkalteten nach der Formgebung an Luft.

*Abhängigkeit der Zerreißlast von einer Wärmebehandlung der Quarzglasstäbe.* Bei der Wärmebehandlung der Stäbchen gingen wir einmal von der Tatsache aus, daß die Quarzstäbe bei 800° eine größere Festigkeit zeigen. Der Zustand, der die größere Festigkeit bewirkt, ganz gleich ob er durch Ausheilung von Fehlstellen, durch eine Entspannung oder durch irgendwelche anderen Ursachen hervorgerufen wurde, ist also für 800° als vorhanden anzusehen. Wir wollten nun versuchen, diesen Zustand auch noch bei Zimmertemperatur zu erhalten und dadurch auch noch bei Zimmertemperatur eine gesteigerte Festigkeit zu bewahren.

Ferner wollten wir klären, ob der kleine Ausdehnungskoeffizient des Quarzes wirklich die Bildung von Fehlstellen erschwert und ob dadurch also eine weitgehende Unabhängigkeit zwischen Festigkeit und Abkühlzeit hervorgerufen wird.

Die Prüfung der Stäbe wurde nach den im folgenden aufgeführten Wärmebehandlungen vorgenommen:

1. 50 Stäbe wurden auf Zerreißfestigkeit geprüft in dem Zustand, in dem sie von dem Quarzbläser angeliefert wurden. Diese Stäbe waren also gewissermaßen von Schmelztemperatur an Luft abgeschreckt worden.

2. 50 weitere Quarzglasstäbe wurden in einem elektrisch geheizten Ofen eine Stunde lang bei 800° getempert und dann schnell in Wasser von Zimmertemperatur getaucht.

<sup>1)</sup> Eine Versuchsreihe, bei der dieser Übelstand ausgeschaltet ist, bei der sich also der ganze Körper bei der gewünschten Temperatur befindet, ist in der früheren Arbeit in Tabelle 2 mitgeteilt. Dort wird die Festigkeit von Quarzhohlkörpern bei Zimmertemperatur mit der Festigkeit bei 800° verglichen.



3. Eine weitere Schar von Stäbchen wurde eine Stunde lang bei 800° getempert und dann während 20 Stunden mit gleichmäßigem Temperaturabfall bis auf Zimmertemperatur abgekühlt.

Eine Anzahl weiterer Stäbchen wurde eine Stunde lang bei 1000° getempert und ebenfalls mit gleichmäßigem Temperaturabfall in 80 Stunden auf Zimmertemperatur abgekühlt.

4. Eine andere Reihe von 25 Stäbchen wurde in 15 Stunden auf 800° erwärmt, 100 Stunden bei dieser Temperatur gehalten und dann in 25 Stunden gleichmäßig wieder auf Zimmertemperatur abgekühlt.

5. 25 Quarzglasstäbe wurden 30 min lang bei 800° getempert, in Wasser abgeschreckt, wieder in gleicher Weise erhitzt und wieder abgeschreckt. Diese Behandlung wurde 10mal wiederholt.

6. 26 Quarzglasstäbchen wurden langsam auf 800° erwärmt, eine Stunde bei dieser Temperatur gehalten, langsam abgekühlt, auf 800° erwärmt

Tabelle 1. Zerreiblast bei Zimmertemperatur von Quarzglasstäbchen mit verschiedenartiger Wärmeverbehandlung.

| Art der Wärmeverbehandlung   | Zahl der geprüften Stäbe | Mittlere Zerreißlast kg | Bemerkungen   |
|--|--------------------------|-------------------------|---|
| Anlieferungszustand, d. h. aus dem Knallgasgebläse an Luft abgeschreckt. | 50                       | 67,5                    | Großer Streubereich.<br>38 % der Stäbe rissen im verengten Querschnitt, 62 % an anderer Stelle.     |
| Bei 800° 1 Std. getempert, in Wasser abgeschreckt.                       | 50                       | 60,2                    | Geringerer Streubereich.<br>74 % der Stäbe rissen im verengten Querschnitt, 26 % an anderer Stelle. |
| Bei 800° 1 Std. getempert, langsam abgekühlt.                            | 23                       | 58,7                    | 87 % der Stäbe rissen im verengten Querschnitt, 13 % an anderer Stelle.                             |
| Bei 1000° 1 Std. getempert, langsam abgekühlt.                           | 8                        | 60,8                    | 62,5 % der Stäbe rissen im verengten Querschnitt, 37,5 % an anderer Stelle.                         |
| Bei 800° 100 Std. getempert, langsam abgekühlt.                          | 25                       | 66,2                    | 80 % der Stäbe rissen in der Mitte, 20 % an anderer Stelle.   |
| 10 mal bei 800° getempert, zwischendurch abgeschreckt.                   | 25                       | 59,1                    | 88 % der Stäbe rissen in der Mitte, 12 % an anderer Stelle.   |
| 10 mal bei 800° getempert, zwischendurch langsam abgekühlt.              | 26                       | 63,1                    | 61 % der Stäbe rissen in der Mitte, 39 % an anderer Stelle.   |

und wiederum abgekühlt. Auch diese Behandlung wurde 10mal wiederholt. Die Erwärmung wurde mit gleichmäßigem Temperaturanstieg in 14 Stunden vorgenommen. Die Abkühlung auf Zimmertemperatur erfolgte in gleichmäßigem Temperaturabfall ebenfalls in 14 Stunden.

Die Verteilung der Einzelwerte auf 5 kg Zerreißlast abgerundet ergibt sich aus der folgenden Zusammenstellung.

Tabelle 2. Vergleich der Festigkeitsverteilung bei Zimmertemperatur von Quarzglasstäbchen in Abhängigkeit von der Wärmevorbehandlung.

| Zerrissen bei | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------|---|----|---|---|---|---|
| 20 kg         |   |    |   |   |   |   |
| 25            |   |    | 1 |   |   |   |
| 30            |   | 1  |   |   |   | 1 |
| 35            |   | 1  |   |   |   | 1 |
| 40            |   | 3  | 3 |   |   |   |
| 45            | 4 | 3  | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 50            | 9 | 4  | 1 | 3 | 3 | 3 |
| 55            | 5 | 4  | 4 | 1 | 7 | 3 |
| 60            | 4 | 10 | 4 | 5 | 7 | 2 |
| 65            | 3 | 9  | 3 | 4 | 4 | 2 |
| 70            | 5 | 9  | 3 | 4 |   | 4 |
| 75            | 5 | 4  |   | 2 |   | 1 |
| 80            | 5 | 2  | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 85            | 5 |    | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 90            | 2 |    |   |   |   | 1 |
| 95            |   |    |   |   |   | 2 |
| 100           | 1 |    |   |   |   |   |
| > 100         | 2 |    |   |   |   |   |

1 = Anlieferungszustand, d. h. aus dem Knallgasgebläse an Luft abgeschreckt.

2 = bei 800° eine Stunde getempert, in Wasser abgeschreckt.

3 = bei 800° eine Stunde getempert, langsam abgekühlt.

4 = bei 800° 100 Stunden getempert, langsam abgekühlt.

5 = 10mal bei 800° getempert, zwischendurch abgeschreckt.

6 = 10mal bei 800° getempert, zwischendurch langsam abgekühlt.

Gleichzeitig mit den Versuchen zur Bestimmung der Zerreißfestigkeit an verschiedenartig vorbehandelten Quarzstäben bei Zimmertemperatur wurden die in gleicher Weise vorbehandelten Stäbchen auch bei einer Zerreißtemperatur von 800° geprüft. Aus den bereits eingangs dargelegten Gründen sind die Zerreißlasten als Mindestwerte anzusehen, da die Stäbchen überwiegend an den Enden rissen. Infolge des etwas längeren Ofens liegen die Durchschnittswerte für die Zerreißlasten etwas höher als die in der früheren Veröffentlichung für 800° gefundenen Werte.

Tabelle 3. Zerreiblast bei 800° von Quarzglasstäbchen mit verschiedenartiger Wrmevorbehandlung.

| Art der Wrmevorbehandlung   | Zahl der geprüften Stäbe | Mittlere Zerreiblast kg | Bemerkungen |
|--|--------------------------|--------------------------|-------------|
| Anlieferungszustand, d. h. aus dem Knallgasgebläse an Luft abgeschreckt. | 50                       | 87,2                     | 96 %        |
| Bei 800° 1 Std. getempert, in Wasser abgeschreckt.                       | 50                       | 88,4                     | 87 %        |
| Bei 800° 1 Std. getempert, langsam abgekühlt.                            | 25                       | 92,0                     | 83 %        |
| Bei 800° 100 Std. getempert, langsam abgekühlt.                          | 25                       | 89,4                     | 57 %        |
| 10 mal bei 800° getempert, zwischendurch abgeschreckt.                   | 25                       | 76,3                     | 88 %        |
| 10 mal bei 800° getempert, zwischendurch langsam abgekühlt.              | 26                       | 75,0                     | 92 %        |

der Stäbe  
rissen nicht  
in der  
Verjüngung

Bei den Versuchen wurden die Stäbchen gleichmäßig bis zum Bruch belastet. Nun ließ die von uns benutzte Zerreißmaschine nur eine Belastung von 100 kg zu. Bei mehreren Stäbchen trat bei 800° bei dieser Belastung noch kein Bruch ein. Daraufhin wurde 10 mal folgender Versuch durchgeführt.

War das Stäbchen bei einer Belastung von 100 kg nicht gebrochen, so wurde es 15 min mit 100 kg belastet. (Ist es nach 15 min nicht gebrochen, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß es noch längere Zeit diese Belastung aushält, stark gestiegen.) Nach dieser Zeit wurde die Belastung auf 90 kg verringert und dadurch die Bruchwahrscheinlichkeit noch weiter stark herabgesetzt. Gleichzeitig wurde der Ofen ausgeschaltet. Es zeigte sich nun in allen zehn Fällen, daß nach 3 bis 10 min, d. h. nachdem das Stäbchen nur noch eine Temperatur je nach der Zeit von 500 bis 150° besaß, das Stäbchen in der Mitte riß.

Die Ergebnisse der Festigkeitsbestimmungen an den verschiedenartig vorbehandelten Quarzstbchen bei Zimmertemperatur und 800° lassen folgende Schlußfolgerungen zu:

Durch die Wrmevorbehandlung bei 800° und nachfolgendes Zerreißen bei Zimmertemperatur konnte keine Steigerung der Zerreißfestigkeit erzielt werden, es zeigt sich im Gegenteil, daß alle Wärmebehandlungen eher eine geringe Abnahme der Festigkeit hervorrufen. Nach Reinkober<sup>1)</sup> zeigen

<sup>1)</sup> Phys. ZS. 32, 243, 1931.

Quarzglasfäden, die allerdings bei 1200 bis 1250° getempert worden waren, ebenfalls eine Abnahme der Zerreißfestigkeit. Inwieweit die Beobachtungen, daß der Streubereich durch eine Wärmeverbehandlung in einzelnen Fällen verringert wird, wie sich aus einer zeichnerischen Darstellung für die Werte der Tabelle 2 ergibt, noch innerhalb der Versuchsschwankungen liegen, kann nicht mit Sicherheit entschieden werden.

Auf jeden Fall zeigt aber der Vergleich der Zerreißlasten, daß eine Festigkeitssteigerung durch Wärmebehandlung nicht möglich ist.

Auch eine sehr lang andauernde Temperung des Quarzglas bei 800° hat keine außerhalb der übrigen Werte liegende Zerreißlast ergeben. Die Tatsache, daß die Festigkeitswerte der langsam abgekühlten und der abgeschreckten Proben den gleichen Wert ergeben, läßt den Schluß zu, daß durch das Abschrecken keine neuen Fehlstellen erzeugt wurden. Dieser Befund bedeutet allerdings nicht, daß Quarzglas frei von Fehlstellen sei, es ist aus ihm nur abzuleiten, daß eine Erhitzung auf 800° eine dauernde Beeinflussung etwa vorhandener Fehlstellen im günstigen oder ungünstigen Sinne nicht zu verursachen vermag.

Ob mehrmaliges Erwärmen die Festigkeit stärker herabsetzt, läßt sich nicht entscheiden. Die Versuche bei Zimmertemperatur sprechen dagegen, die Versuche bei 800° dafür. Da aber die Versuche bei 800° nur bedingt brauchbar sind, läßt sich nicht entscheiden, ob die bei 800° gefundenen Werte nicht doch nur ein Zufallsergebnis sind. Daher muß diese Frage vorläufig unbeantwortet bleiben.

*Beeinflussung der Zerreißlast von Quarzglasstäben durch Abätzen der Oberflächen.* Die Versuche, die Zerreißfestigkeit des Quarzglas durch Wärmebehandlung zu beeinflussen, haben zu dem Ergebnis geführt, daß etwa vorhandene Fehlstellen sich durch die angewandte Wärmebehandlung so gut wie nicht verändern lassen. Deshalb wurde versucht, den Nachweis über vorhandene Fehlstellen durch Abätzen der Oberfläche zu führen. Reinkober<sup>1)</sup> hat an Quarzfden nachgewiesen, daß durch Abätzen einer gewissen Mindestschichtdicke eine Festigkeitssteigerung zu erreichen ist.

Die für die Prüfung vorgesehenen Stäbchen wurden zunächst eine Stunde lang bei 800° getempert und dann in Wasser abgeschreckt. Hierdurch sollte die Wahrscheinlichkeit, daß die Stäbchen in der Mitte zu Bruch gehen und die Zerreißlasten eine geringere Streubreite aufweisen, erhöht werden. Die Stäbchen wurden anschließend in 40%ige Flußsäure gelegt

---

<sup>1)</sup> Phys. ZS. **38**, 112, 1937.



und ein Teil der Stäbchen herausgenommen, nachdem der Durchmesser um etwa 0,10 mm abgenommen hatte. Der Rest der Stäbchen wurde bis zu einer Abnahme des Durchmessers um 0,6 mm mit Flußsäure weiter behandelt.

In der folgenden Tabelle sind die Zerreißlasten für Zimmertemperatur und 800° als Prüftemperaturen zusammengestellt.

Tabelle 4. Beeinflussung der Zerreißlast von Quarzglasstäbchen durch Abätzen der Oberflächen.

(Wärmeverbehandlung aller Stäbe: Temperung eine Stunde bei 800° und Abschrecken in Wasser.)

| Durchmesser<br>mm | Querschnitt<br>mm <sup>2</sup> | Zahl<br>der geprüften<br>Stäbe | Zerreißlast<br>bei Zimmer-<br>temperatur | Zahl<br>der geprüften<br>Stäbe | Zerreißlast<br>bei 800° |
|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------|-------------------------|
| 3,0               | 7,06                           | 50                             | 60,2                                     | 50                             | 88,4                    |
| 2,9               | 6,59                           | 28                             | 73,0 (56,2)                              | 25                             | 87,7 (82,5)             |
| 2,4               | 4,52                           | 20                             | 55,8 (38,5)                              | —                              | — (56,6)                |

Die in Klammern gesetzten Zahlen bedeuten die auf den durch das Ätzen verringerten Querschnitt umgerechneten Zerreißlasten, wobei für diese Berechnung vorausgesetzt worden ist, daß die Beschaffenheit der Stäbchen von 3,0 mm Durchmesser der der Stäbchen von kleinerem Durchmesser gleich ist. Für die Berechnung wurde in allen Fällen ein Reißen der Stäbe in der Mitte zugrunde gelegt.

Wie aus Tabelle 5 zu ersehen ist, steigt der Wert der Zerreißlast mit der Dicke der abgeätzten Schicht stark an. Während der berechnete Wert der Zerreißlast bei Zimmertemperatur für ein Stäbchen von 2,9 bzw. 2,4 mm Durchmesser nur 56,2 kg bzw. 38,5 kg betragen dürfte, ergibt der gemessene Wert 73,0 kg bzw. 55,8 kg und gleicht damit bei den stark abgeätzten Stäben dem berechneten Wert bei 800°.

Man muß daraus schließen, daß beim Quarzglas mit Fehlstellen in der Oberfläche gerechnet werden muß und daß eine Veränderung dieser Fehlstellen einen großen Einfluß auf die Festigkeit hat.

Ob allerdings die durch das Abätzen bewirkte Festigkeitssteigerung und die durch Temperatursteigerung hervorgerufene Festigkeitserhöhung auf die gleichen Ursachen zurückzuführen sind, oder ob es sich hier um zwei voneinander unabhängige gleichlaufende Vorgänge handelt, bleibt durch diese Versuche unentschieden.

*Temperaturabhängigkeit der Festigkeit von Quarzglasstäben.* Die Ermittlungen sollten Anhaltspunkte dafür zu liefern versuchen, ob die Festigkeit

des Quarzglas mit der Temperatur allmählich ansteigt oder ob die Festigkeitsänderung sich erst oberhalb eines bestimmten Temperaturbereiches bemerkbar macht.

Die Bestimmungen wurden bei der Temperatur von Kohlensäureschnee (etwa  $-60^{\circ}$ ) und ferner noch bei  $500^{\circ}$  und  $650^{\circ}$  durchgeführt, so daß mit den Werten bei Zimmertemperatur und  $800^{\circ}$  insgesamt Zerreißlasten bei fünf verschiedenen Temperaturen vorliegen. Die beiden Temperaturen von  $500^{\circ}$  und  $650^{\circ}$  wurden gewählt, weil sie das Umwandlungsgebiet  $\alpha$ - $\beta$ -Quarz umschließen. Die gefundenen Zerreißlasten für das untersuchte Temperaturgebiet gehen aus Tabelle 5 hervor. Für die Festigkeitsbestimmungen wurden unbehandelte Quarzglasstäbe und Quarzglasstäbe, die eine Stunde bei  $800^{\circ}$  getempert und dann in Wasser abgeschreckt worden sind, verwendet.

Tabelle 5. Abhängigkeit der Zerreißlast von Quarzglasstäben von der Temperatur.

| Unbehandelte Quarzglasstäbe |             | Bei $800^{\circ}$ 1 Std. lang getemperte<br>und in Wasser abgeschreckte Quarzglasstäbe |             |
|-----------------------------|-------------|--|-------------|
| Temperatur                  | Zerreißlast | Temperatur   | Zerreißlast |
| $-60^{\circ}$               | 85,7        | $-60^{\circ}$  | 84,6        |
| Zimmertemperatur            | 67,5        | Zimmertemperatur   | 60,2        |
| $500^{\circ}$               | 74,2        | $500^{\circ}$  | 71,4        |
| $650^{\circ}$               | 86,9        | $650^{\circ}$  | 90,6        |

Für die Versuche wurden je 25 bis 28 Stäbchen herangezogen. Bei  $500^{\circ}$  Prüftemperatur gleicht das Verhalten der Stäbe hinsichtlich Lage der Zerreißstelle und Festigkeit dem der bei Zimmertemperatur geprüften, während bei  $650^{\circ}$  die Stäbchen sich so verhalten wie die bei  $800^{\circ}$  geprüften.

Tabelle 6 gibt das Verhältnis der Bruchstellen der Stäbchen bei diesen beiden Temperaturen an.

Tabelle 6. Vergleich der Verteilung der Bruchstellen von Quarzglasstäben bei einer Prüftemperatur von  $500^{\circ}$  und  $650^{\circ}$ .

|  | 500°                          |                 |             |                | 650°                          |                 |            |                |
|--|-------------------------------|-----------------|-------------|----------------|-------------------------------|-----------------|------------|----------------|
|  | Gesamtzahl<br>der<br>Stäbchen | Davon gerissen  |             |                | Gesamtzahl<br>der<br>Stäbchen | Davon gerissen  |            |                |
|  |                               | in der<br>Mitte | am<br>Ende  | unbe-<br>kannt |                               | in der<br>Mitte | am<br>Ende | unbe-<br>kannt |
| Unbehandelt  | 28                            | 11<br>(39%)     | 17<br>(61%) |                | 25                            | 4               | 19         | 2              |
| 1 Std. 800°<br>in H <sub>2</sub> O<br>abgeschreckt | 26                            | 15<br>(58%)     | 8<br>(31%)  | 3<br>(11%)     | 26                            | 2               | 20         | 4              |

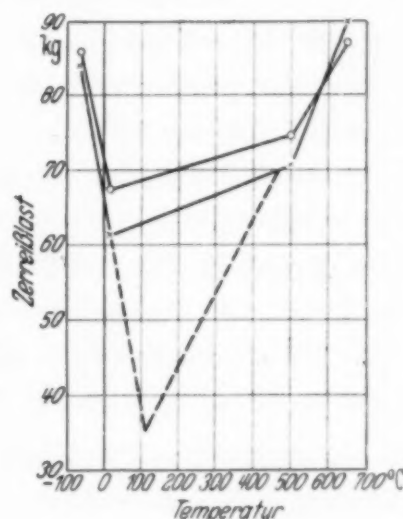
Bei 500° reißen von den unbehandelten Stäben 39% in der Mitte (Zimmertemperatur 38%) 61% an einer anderen Stelle (Zimmertemperatur 62%).

Durch das Tempern und Abschrecken verändert sich bei Zimmertemperatur dieses Verhältnis zu 74% Bruch in der Mitte, 26% an einer anderen Stelle. Bei 500° bewirkt die Vorbehandlung das gleiche. 58% reißen in der Mitte, 31% an einer anderen Stelle, während 11% in der

Fig. 1.

Abhängigkeit der Zerreißlast  
von Quarzglasstäben von der  
Temperatur.

- ○ ○ Unbehandelt.  
× × × 1 Std. 800° in H<sub>2</sub>O abgeschreckt.  
— — — Angenommener Verlauf mit dem  
Temperaturgebiet niedrigster  
Festigkeit.



Mitte und am Ende gerissen sind, so daß die ersten Reißstellen unbekannt sind. Die genaue Bruchstelle konnte daher nicht festgestellt werden. Die Zahl von 58% würde sich daher sicher noch erhöhen.

Auch die Zerreißlasten verhalten sich bei Zimmertemperatur und 500° gleich. Bei beiden Temperaturen sinkt durch die Vorbehandlung die Festigkeit. Bei 500° ist der Unterschied allerdings geringer und liegt noch innerhalb der Fehlergrenzen.

Bei 650° sind die Unterschiede zwischen behandelt und unbehandelt völlig verwischt. Hier ist die Festigkeitssteigerung so groß, daß diese Erscheinungen — wenn sie vorhanden sind — von den anderen Fehlerquellen völlig überdeckt werden.

Da bei der Prüftemperatur von 500° ein großer Teil der Bruchstellen in der Mitte liegt, so dürften die bei 500° festgestellten Werte der wahren Festigkeit entsprechen. Die gefundenen Festigkeitswerte sind im Kurvenbild 1 dargestellt. Da bereits bei 650° der größte Teil der Stäbe an den Enden gerissen war, sind die angegebenen Festigkeitswerte zu klein, um so mehr sind naturgemäß die bei 800° gefundenen Festigkeitswerte zu niedrig und aus diesem Grunde sind die 800°-Werte in der zeichnerischen Darstellung fortgelassen worden.

Unter Berücksichtigung dieser Tatsachen ist der Anstieg der Festigkeitskurve für Quarzglas oberhalb  $500^{\circ}$  als noch steiler anzunehmen, als es das Kurvenbild zeigt. Die Festigkeit des Quarzglases nimmt also höchstwahrscheinlich nicht gleichmäßig mit der Temperatur zu, sondern oberhalb  $500^{\circ}$  ist mit einem steileren Anstieg zu rechnen.

Beachtenswerte Unterschiede zwischen unbehandelten und den getemperten und abgeschreckten Quarzglasstäben sind bei  $-60^{\circ}$  und oberhalb  $500^{\circ}$  nicht vorhanden bzw. sind sie so gering, daß sie von den anderen Fehlern überdeckt werden.

Aus den vorliegenden Meßpunkten ist nicht klar zu erkennen, bei welcher Temperatur der geringste Wert der Festigkeit liegt. Nimmt man an, daß der Anstieg bzw. Abfall der Festigkeit zwischen Zimmertemperatur und  $500^{\circ}$  gleichmäßig erfolgt, so würde sich die geringste Festigkeit auf eine Temperatur zwischen  $100$  und  $150^{\circ}$  verlagern. Die gestrichelt gezeichnete Kurve in Fig. 1 soll diesen Verlauf darstellen. Einen ähnlichen Verlauf hat Mengelkoch<sup>1)</sup> bei der Zerreißfestigkeit an Mehrstoffgläsern gefunden. Das Minimum der Festigkeit lag bei ihm bei  $140^{\circ}$ .

*Zusammenfassung und Auswertung der Ergebnisse.* Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse muß die bei allen Festigkeitsuntersuchungen störende große Streuung der Werte Berücksichtigung finden, wobei noch hinzukommt, daß die bei  $650$  und  $800^{\circ}$  gefundenen Festigkeitswerte als Mindestwerte anzusehen sind. Wir möchten die Auswertung der Versuche auf folgende Ergebnisse stützen:

Durch Wärmebehandlung gelingt es nicht, den Zustand, der bei  $800^{\circ}$  die Festigkeitssteigerung hervorruft, auch bei Zimmertemperatur zu erhalten. Es zeigt sich im Gegenteil, daß durch jede Art der Wärmeverbehandlung, und zwar unabhängig davon, ob die getemperten Stäbe abgeschreckt oder langsam abgekühlt werden, die Festigkeit etwas absinkt.

Während die Wärmebehandlungsversuche keine Beeinflussung etwa vorhandener Fehlstellen ergeben haben, ließ sich durch Abätzversuche zeigen, daß mit dem Vorhandensein von Fehlstellen auch bei Quarzglas gerechnet werden muß.

Die Festigkeit des Quarzglases in Abhängigkeit von der Temperatur zeigt von  $-60^{\circ}$  bis Zimmertemperatur einen starken Abfall. Zwischen Zimmertemperatur und  $500^{\circ}$  ist die Festigkeit nicht geprüft worden. Bei  $500^{\circ}$  ist die Festigkeit nur wenig größer als bei Zimmertemperatur, sie steigt oberhalb  $500^{\circ}$  stark an.

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. **97**, 46, 1935.



Diese Versuchsergebnisse lassen noch keine einwandfreie Entscheidung über die Ursachen der Festigkeitssteigerung bei erhöhter Temperatur zu.

Wenn auch die Ätzversuche dafür sprechen, daß die Festigkeitssteigerung nur auf eine Beseitigung von Fehlstellen zurückzuführen sein könnte, so zeigen doch alle anderen Versuche, daß eine Beeinflussung der Fehlstellen durch Wärmebehandlung nicht möglich ist, daß also auch die Festigkeitssteigerung bei höherer Temperatur nicht — oder doch nicht allein — auf einem Ausheilen der Fehlstellen beruhen kann.

Die Ansicht, daß die Ausheilung der Fehlstellen bei höherer Temperatur *während* des Zerreißvorganges geschieht, erscheint uns unwahrscheinlich, denn wenn schon bei 500° die zusätzliche Belastung eine Ausrundung der Fehlstellen hervorrufen sollte, so müßte doch die Temperatur bei 1000°, die eine bei weitem höhere Beweglichkeit der Atome bedingt, eine wenn auch geringe Festigkeitssteigerung schon ohne Zugbeanspruchung ergeben, die aber nicht beobachtet werden konnte.

Wir möchten daher folgende Überlegungen anstellen.

Aus der Feststellung, daß sich die erhöhte Festigkeit von Quarzglasstäben bei 800° weder durch Tempern noch durch Abschrecken auch bei Zimmertemperatur erhalten läßt, ist zu folgern, daß der Vorgang, der zu dieser Festigkeitssteigerung führt, nicht durch den glasigen Zustand der Quarzstäbe bedingt sein kann. Die gute Umkehrbarkeit der Festigkeitsänderung zwischen Zimmertemperatur und 800° entspricht vielmehr dem Verhalten eines kristallisierten Körpers. Dies zeigen besonders die auf S. 659 beschriebenen Dauerbruchversuche. Nun ist mehrfach gezeigt worden, daß es sich bei Gläsern und insbesondere bei Quarzglas nicht schlechthin um einen amorphen, völlig ungeordneten Körper handelt, sondern es besteht Grund zu der Annahme, daß im Quarzglas noch Reste oder Ansätze zu geordneter kristalliner Bauweise enthalten sind<sup>1)</sup>. Auch Anschauungen, die Friederich aus Härtebestimmungen abgeleitet hat, lassen einen gewissen Ordnungszustand im Quarzglas erwarten<sup>2)</sup>. Es könnten sich danach Eigenschaften des kristallisierten Quarzes auch noch im Quarzglas zeigen. Auch der piezoelektrische Modul zeigt nach Messungen von Langevin und Moulin<sup>3)</sup> an Quarz bis 200° einen ähnlichen Temperaturgang, wie wir ihn für die Festigkeit gefunden haben. Wir möchten deshalb die Vermutung aussprechen, daß die Festigkeitssteigerung des Quarzglases zwischen Zimmertemperatur und 800° auf einen Umwandlungs-

<sup>1)</sup> Schrifttum hierzu siehe bei G. Hartleif, ZS. f. anorg. u. allg. Chemie **238**, 353, 1938. — <sup>2)</sup> Fortschr. d. Chemie, Physik u. phys. Chemie **18**, H. 12, 717, 1926. — <sup>3)</sup> Journ. phys. Radium 1936, S. 95 u. 1937, S. 257.

vorgang innerhalb dieser kristallinen Reste im Quarzglas zurückzuführen sein könnte, wobei an eine Umwandlung entsprechend der  $\alpha$ - $\beta$ -Umwandlung des Quarzes zu denken ist. Dadurch würde auch der starke Anstieg der Festigkeit oberhalb 500° erklärlich werden. Der Umwandlungsvorgang muß so beschaffen sein, daß er keine Verschiebung der Moleküle gegeneinander bedingt, da dieser Vorgang bei Gläsern im allgemeinen sehr langsam verläuft, demnach also durch Abschrecken zum „Einfrieren“ zu bringen sein müßte. Da „Einfriererscheinungen“ von uns nicht beobachtet werden konnten, müßte der Vorgang also nur als Platzwechsel innerhalb des Moleküls verlaufen. Einem solchen Platzwechselvorgang würde die  $\alpha$ - $\beta$ -Umwandlung entsprechen.

Zusammenfassend möchten wir deshalb die Ergebnisse dahin deuten, daß es sich bei der Festigkeitszunahme des Quarzglases zwischen Zimmertemperatur und 800° um eine dem Quarzglas eigentümliche Erscheinung handelt, die, soweit die Ergebnisse eine Beurteilung zulassen, auf einen intramolekularen Umlagerungsvorgang zurückzuführen sein könnte.

Die vorliegenden Beobachtungen reichen nicht aus, um zu entscheiden, ob die vorgetragene Anschauung den Ursachen für die Festigkeitssteigerung des Quarzglases gerecht wird, oder ob nicht doch noch anderen Ursachen, wie z. B. den Fehlstellen größere Bedeutung zukommt. Hierüber sollen weitere Untersuchungen Klärung bringen.

---

[Mitteilung der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung  
(Osram-Konzern).]

## Über das Rotkontinuum der Quecksilber-Hochdruckentladung.

Von **Fritz Rössler.**

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 24. Februar 1939.)

Durch Messung und theoretische Überlegung wird gezeigt, daß für Temperaturanregung die Leuchtdichteverteilung senkrecht zum Lichtbogen von Linien- und Kontinuumsstrahlung einen gleichartigen Verlauf hat. Dadurch ist es möglich geworden, mittels der Anregungsspannung bekannter Linien die Meßanordnung zu eichen und dann unbekannte Anregungsspannungen von kontinuierlicher Strahlung zu bestimmen. Diese neuartige Methode wurde angewandt zur Messung der Anregungsspannung verschiedener kontinuierlicher Bereiche im sichtbaren und angrenzenden ultraroten Hg-Hochdruckspektrum. Die sich ergebenden Spannungen liegen alle bei rund 8 Volt. Die Deutung dieses Ergebnisses führt zu der Auffassung, daß die kontinuierliche Strahlung durch Übergänge zwischen angeregten Niveaus entsteht und von einem stabilen Molekülzustand ausgeht. Im Einzelfalle wird das rote Kontinuum dem Übergang  $7^1P_1 \Sigma^+ \rightarrow 6^1P_1 \Pi$  und das blaugüne Kontinuum dem Übergang  $7^1P_1 \Sigma^+ \rightarrow 6^1P_1 \Sigma^+$  zugeschrieben.

Das rote in Emission beobachtete Kontinuum der Quecksilberentladung, das bereits im Schrifttum<sup>1)</sup> vielseitige Erwähnung gefunden hat, konnte bisher nicht geklärt werden. Es ist nahezu nichts über seinen Ursprung bekannt<sup>2)</sup>. Technisch gewinnt dieses Kontinuum ständig an Bedeutung. Es wurde daher in dieser Arbeit der Versuch unternommen, das rote Kontinuum zu deuten.

*Bestimmung des oberen Niveaus.* Die Deutung von kontinuierlichen Spektren wird meistens mit Hilfe von Absorptionsspektren durchgeführt, weil bei diesen die Besetzung des Anfangsniveaus einfach zu übersehen ist. In den Fällen aber, wo, wie bei der Quecksilber-Hochdruckentladung, nur

<sup>1)</sup> Handb. d. Lichttechnik I. Berlin 1938; W. Uytendhoeven, Elektrische Gasentladungslampen. Berlin 1938; W. Finkelburg, Kontinuierliche Spektren. Berlin 1938. — <sup>2)</sup> In der erst nach Fertigstellung dieser Arbeit mir bekanntgewordenen Arbeit von A. Unsöld, Ann. **33**, 607, 1938, wird das Kontinuum der Quecksilberentladung in Zusammenhang gebracht mit der Theorie der Emissionskoeffizienten. Diese Auffassung hat aber mit dem Inhalt der vorliegenden Arbeit keine Berührungspunkte.

ein Emissionsspektrum zur Verfügung steht, wird die Deutung sehr erschwert. Man müßte die Besetzung der Potentialkurven des angeregten Niveaus kennen. Das ist in den meisten Fällen nicht möglich. Gerade unser rotes Hg-Kontinuum bildet aber glücklicherweise eine Ausnahme. Wie in einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> gezeigt worden ist, geschieht die Anregung dieses Kontinuums rein thermisch, d. h. ohne Mitwirkung von Fluoreszenz. Damit ist die Besetzung des oberen Niveaus und der Schwingungen durch die Elektronentemperatur festgelegt.

Diese Besetzung drückt sich u. a. in der Leuchtdichteverteilung quer zum Entladungsbogen aus. Es war in der bereits genannten Arbeit gefunden worden, daß die Verteilung des Rotkontinuums dem der Linien in der Form

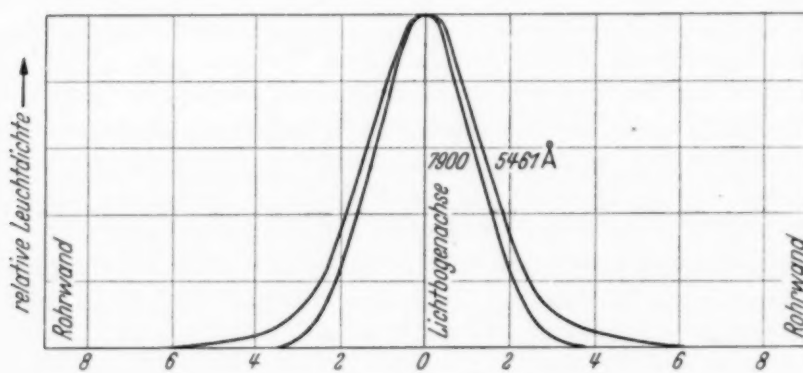


Fig. 1. Beispiel für die Leuchtdichteverteilung für eine Linie (5461 Å) und ein Stück des Kontinuums (7900 Å).

entspricht (siehe auch Fig. 1). Es entsteht nun die Frage, ob damit das Kontinuum einem Atom zugeordnet werden muß, oder ob thermisch angeregte Moleküle die gleiche Leuchtdichteverteilung wie Atome besitzen können. Diese Frage soll jetzt genauer untersucht werden.

Für den uns hier beschäftigenden Fall des thermischen Gleichgewichtes ist die Zahl der angeregten Teilchen nach Boltzmann gegeben durch:

$$n \cdot g \cdot e^{-\frac{eV}{kT_e}}, \quad (1)$$

wobei  $n$  die Teilchenzahl pro  $\text{cm}^3$ ,  $g$  das statistische Gewicht,  $V$  die Anregungsspannung des angeregten Niveaus und  $T_e$  die Elektronentemperatur darstellen.

Dieser Wert ist bereits proportional der Linienstrahlung (der Proportionalitätsfaktor enthält die Übergangswahrscheinlichkeiten und die Verluste).

<sup>1)</sup> F. Rössler, ZS. f. Phys. **110**, 352, 1938.



Eine Kontinuumsstrahlung kommt dagegen erst dann zustande, wenn ein angeregtes mit einem unangeregten Atom zusammenstoßen<sup>1)</sup>. Es muß also Ausdruck (1) noch mit der Stoßzahl (2) multipliziert werden, um die Kontinuumsstrahlung (3) wieder bis auf eine Proportionalitätskonstante zu ergeben:

$$n \sqrt{T_g} \quad (2)^2$$

$$n^2 \sqrt{T_g} \cdot e^{-\frac{eV}{kT_e}} \quad (3)^2$$

Hierbei ist  $T_g$  die Gastemperatur.  $n$  drücken wir durch den Druck  $p$  aus und erhalten:

$$\frac{p}{T_g} e^{-\frac{eV}{kT_e}}, \quad (1a)$$

$$\frac{p^2}{T_g^{3/2}} e^{-\frac{eV}{kT_e}} \quad (3a)$$

In Fig. 2a ist nun der Lampenquerschnitt dargestellt durch einen Kreis, die Meßrichtung durch einen Pfeil, der sich während der Messung entlang der  $x$ -Achse verschiebt. Was bei der Messung der Leuchtdichteverteilung wirklich zur Beobachtung kommt, ist die Summation der Strahlung über  $y$  bis zur Rohrwand und die Summation über  $x$  für eine geringe Breite  $d$  je nach den gewählten Meßbedingungen an der Stelle  $a$ . Die gemessene Strahlung nennen wir  $S$  mit den Indizes  $L$  bzw.  $K$  für Linie bzw. Kontinuum:

$$S_L = \int_a^{a-d} dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{+\sqrt{R^2-x^2}} dy \cdot \frac{p}{T_g} \cdot e^{-\frac{eV}{kT_e}} = 2 \int_a^{a-d} dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \cdot \frac{p}{T_g} e^{-\frac{eV}{kT_e}} \quad (4)$$

Über den gesamten Rohrquerschnitt ist  $p$  konstant, wir lassen es also fort. Weiter ist für eine Hochdruckentladung  $T_e = T_g = T$ . Der radial-symmetrische Verlauf der Temperatur wurde folgendermaßen für das bei

<sup>1)</sup> Dieser einfachste Fall der Erzeugung von Molekülstrahlung sei hier zugrunde gelegt. Erfolgt die Strahlung nicht sofort bei der Molekülbildung, so ist sogar ein Dreierstoß zur Molekülbildung notwendig. Diese sind aber derartig unwahrscheinlich, daß wir sie aus unserer Betrachtung fortlassen können. Außerdem würden sie prinzipiell nichts an unseren Überlegungen ändern. — <sup>2)</sup> Unwesentliche Konstanten werden bereits jetzt und im folgenden weggelassen.

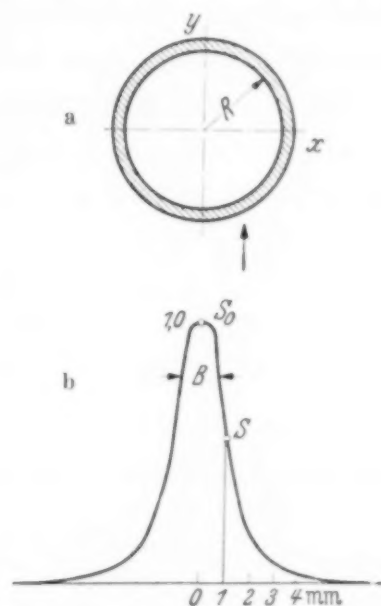


Fig. 2.

Erläuterung der Bezeichnungen:  
a) Querschnitt des Lichtbogens.  
b) Leuchtdichteverlauf senkrecht zum Entladungsbogen.  
 $S_0$  Maximalwert der Leuchtdichte.  
 $S$  Wert der Leuchtdichte in 1 mm Abstand von der Achse.  $B$  Breite der Leuchtdichteverteilung an der Stelle  $0,8 \cdot S_0$ .

den Messungen benutzte UV-Normal<sup>1)</sup> bestimmt. Nach Elenbaas<sup>2)</sup> beträgt die Achsentemperatur 5800° K, nach eigenen Messungen<sup>3)</sup> die Innenwandtemperatur 830° K und durch beide Punkte wurde eine Parabel gelegt, die näherungsweise den Typus der Temperaturverteilung wiedergibt, worauf es uns hier nur ankommt. Dies führt zu Gleichung (5), wobei  $T$  in °K und  $r$  in mm ausgedrückt sind:

$$T = 5800 - 61 r^2 = 5800 - 61 (x^2 + y^2); \quad (5)$$

$$dT = -122 y \cdot dy; \quad (5a)$$

aus (4) wird also:

$$S_L = \int_a^{a-d} dx \int_{830}^{5800-61x^2} dT \cdot \frac{e^{-\frac{eV}{kT}}}{T \sqrt{5800-61x^2-T}} = F(V, a, d), \quad (6)$$

die entsprechende Gleichung für die kontinuierliche Strahlung lautet dann:

$$S_K = \int_a^{a-d} dx \int_{830}^{5800-61x^2} dT \cdot \frac{e^{-\frac{eV}{kT}}}{T^{3/2} \sqrt{5800-61x^2-T}} = G(V, a, d). \quad (7)$$

Diese Integrale sind nicht explizit angebar. Betrachtet man aber die Funktionen unter dem zweiten Integral, so ist festzustellen, daß die  $e$ -Funktion und die reziproke Wurzel<sup>4)</sup> beides sehr steil von der Rohrmitte abfallende Funktionen sind. Sie machen also den Hauptwert des Integrals aus, während die Funktionen  $1/T$  bzw.  $1/T^{3/2}$ , die erst am Rande ansteigen, weniger zur Geltung kommen. Der Unterschied der Potenz 1 und  $3/2$  dürfte also keine Rolle spielen. Auf irgendwelche Konstanten kommt es uns dabei nicht an, da wir den Maximalwert stets gleich 1,0 setzen. So haben wir gezeigt, daß Linien und Kontinuum eine gleiche relative Leuchtdichtevertelung besitzen, die nur monoton von der Anregungsspannung abhängig ist.

Auf dieser Tatsache läßt sich nun eine neuartige Methode zur Bestimmung von  $V$  für eine unbekannte Linie oder ein Kontinuum aufbauen. Man mißt den Leuchtdichteverlauf und charakterisiert ihn durch einige relative Bestimmungsstücke (Einzelheiten S. 671). Diese Werte werden für mehrere Linien bekannter Anregungsspannung bestimmt, die entsprechenden Eichkurven aufgestellt und die unbekannten Voltwerte dann

<sup>1)</sup> H. Krefft, F. Rössler u. A. Rüttenauer, ZS. f. techn. Phys. **18**, 20, 1937. — <sup>2)</sup> W. Elenbaas, Physica II, S. 757, 1935. — <sup>3)</sup> F. Rössler, Ann. **34**, (5), 1, 1939. — <sup>4)</sup> Die Rechnung wurde absichtlich nicht bei der Diskussion der Gleichungen (1a) und (3a) beendet, um den zusätzlichen Einfluß der Wurzel aufzuzeigen.

aus den Kurven abgelesen. Dieses Verfahren ist sowohl für Linien- wie für kontinuierliche Strahlung anwendbar. Wichtig ist nur, daß die Anregung durch Temperatur stattfindet<sup>1)</sup>.

Für die praktische Ausführung der Messung müssen allerdings noch einige Punkte beachtet werden. Zunächst einmal muß die Geometrie der Anordnung bei allen Messungen vollständig erhalten bleiben. Das geht so weit, daß der Austrittsspalt des Zeiss-Glas-Monochromators, mit dem gemessen wurde, stets die gleiche Breite von 0,1 mm beibehalten mußte. Filter zur Vermeidung von Streulicht dürfen nur hinter dem Austrittsspalt angebracht werden. Weiter muß der Bogen sehr konstant brennen. Es wurde daher ein UV-Normal<sup>2)</sup> mit besonders geformten Elektroden verwandt, so daß der Bogen vollständig ruhig stand. Direkt vor der Lampe, die verschiebbar angeordnet war (es wurde mit  $\frac{1}{100}$  zu  $\frac{1}{100}$  mm Verschiebung gearbeitet, jede Kurve entstand so aus 200 bis 300 Meßpunkten), befand sich ein feststehender Spalt von rund 0,1 mm Breite, der auf den Eintrittsspalt von 0,1 mm Breite abgebildet war. Die Abbildung war durch Umkehrung des Strahlenganges vom Austrittsspalt aus kontrolliert worden. Die Meßmethode war die übliche. Die Messung geschah mit Cs-Photozelle und Verstärker<sup>3)</sup>. Als Bestimmungsstücke wurden einmal das Verhältnis von  $S/S_0$ , der Ordinaten in Lampenachse und 1 mm seitlich davon, dann die Breite  $B$  der Kurve für die Ordinate  $0,8 \cdot S_0$  (um den Faktor 0,8 erniedrigter Maximalwert der Leuchtdichte) gewählt (Fig. 2b). Von der Verwendung der sonst üblichen Halbwertsbreite wurde mit Absicht abgesehen, um nur den zentralen Teil des Bogens verwenden zu müssen. Zur gegenseitigen Kontrolle wurden die beiden Bestimmungsstücke gewählt. Für die Linien<sup>4)</sup> 5770/90, 5461 und 4916 mit ihren Anregungsspannungen 8,82 und 7,70 bzw. 9,21 Volt wurden obige Bestimmungsstücke gemessen und daraus die Eichkurven der Fig. 3 erhalten. Mit Hilfe der Werte, die zu der Leuchtdichte-Verteilung der Kontinuumsstrahlung gehören, wurden dann die Anregungsspannungen in Volt bestimmt. Dabei ergaben sich die Werte der folgenden Tabelle 1.

<sup>1)</sup> Kehrt man die Fragestellung um, so kann, was in anderen Fällen vielleicht von Nutzen ist, aus dem Passen der Bestimmungsstücke verschieden hoch angeregter Niveaus bekannter Anregungsspannung in die Eichkurve geschlossen werden, daß es sich um Temperaturanregung handelt. — <sup>2)</sup> Die Lampe brennt in senkrechter Lage mit 250 Watt Gleichstrom. (Lampenspannung 135 Volt, Stromstärke 1,85 Amp., Dampfdruck 1,5 Atm.) — <sup>3)</sup> H. Krefft, M. Pirani, ZS. f. techn. Phys. 14, 393, 1933. — <sup>4)</sup> Bei der Auswahl der Linien ist es wichtig, daß sie nicht nennenswert durch kontinuierlichen Untergrund gestört sind.

Tabelle 1.

Anregungsspannungen von kontinuierlichen Gebieten in Volt.

| $\lambda$ | Volt bestimmt aus |            | $\lambda$ | Volt bestimmt aus |            |
|-----------|-------------------|------------|-----------|-------------------|------------|
|           | $S/S_0$           | 0,8 Breite |           | $S/S_0$           | 0,8 Breite |
| 9780      | 8,44              | 8,50       | 5100      | 8,75              | 8,75       |
| 7900      | 8,47              | 8,44       | 4650      | 8,00              | 8,12       |
| 7400      | 8,55              | 8,65       | 4200      | 8,94              | 9,00       |
| 6400      | 8,60              | 8,60       |           |                   |            |

Außer dem roten und angrenzenden ultraroten Kontinuum sind auch die blauen und grünen Teile des sichtbaren Kontinuums mitgemessen

worden. Wenn man bei den Messungen für 5000 bis 4200 Å einwenden wird, daß ja gar keine reine Temperaturanregung vorliegt, sondern zum Teil Fluoreszenzanregung <sup>1)</sup> beteiligt ist, so ist dem entgegenzuhalten, daß dieser Anteil gerade bei dem blaugrünen Kontinuum sehr gering ist und außerdem nur das oberste Drittel der gesamten Kurve, in dem die  $e$ -Funktion sehr stark überwiegt, ausgenutzt wurde. Ich möchte daher obige Werte für richtig halten, obgleich sie der Tatsache widersprechen, daß dem üblicherweise bisher bekannten blaugrünen Kontinuum eine Anregungsspannung von rund 3,2 Volt <sup>2)</sup> zugeschrieben wird. Mit diesem Widerspruch werden wir uns noch zu befassen haben. Auffällig ist weiterhin, daß die Anregungsspannung aller Wellenlängen bei rund 8 Volt liegt.

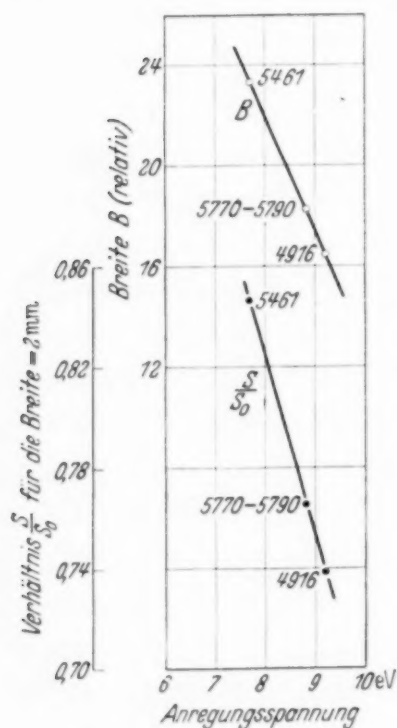


Fig. 3. Eichkurven zur Bestimmung der Anregungsspannung.

*Einordnung des Kontinuums.* Zunächst ergibt sich aus dem Wert der Anregungsspannung, daß die Deutung des roten Kontinuums als Atomrekombination völlig ausscheiden muß. Es bleibt nur eine Deutung als Molekülstrahlung übrig. Aber auch dabei muß noch zwischen mehreren Möglichkeiten entschieden werden. Das gemessene Anregungsniveau könnte entstehen durch die gemeinsame Wirkung mehrerer höherer bzw. tieferer Anregungsniveaus und der entsprechenden Übergänge. Dieser Fall

<sup>1)</sup> F. Rössler, ZS. f. techn. Phys. **110**, 352, 1938. — <sup>2)</sup> W. Finkelburg, Kontinuierliche Spektren. Berlin 1938; S. Mrozowski, ZS. f. Phys. **104**, 234, 1937.



kann nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden, soll aber zunächst unberücksichtigt bleiben. Bei der nun vorzunehmenden Einordnung der Spektren in das Potentialkurvenschema<sup>1)</sup> kann es sich nur um einen Versuch handeln. Das wird aus folgendem deutlich. Da ein Übergang bei einigem Kernabstand nur zwischen einem geraden und einem ungeraden Term möglich ist, muß entweder das Anfangsniveau oder die beiden Endniveaus gerade bzw. ungerade sein. Der Verlauf der zu den geraden Termen gehörigen Potentialkurven ist für die angeregten Zustände des Hg-Moleküls unbekannt. Es kann daher nicht entschieden werden, ob das Anregungsniveau ein gerades oder ungerades ist. Es kann aber angenommen werden, daß der Charakter der Kurven für den ungeraden und den geraden Term der gleiche ist. Wegen dieser Unbestimmtheit der Kurven hat es im Augenblick keinen Zweck, eine ausführlichere Diskussion der Tabelle 1 vorzunehmen. Hinzu kommt, daß der Verlauf einiger benötigter Potentialkurven nicht sicher genug bekannt ist. Mustert man unter diesen Gesichtspunkten und unter Berücksichtigung von Tabelle 1 das Potentialkurvenschema des Quecksilbers, so muß wohl das rote Kontinuum dem Übergang des stabilen  $\Sigma^+$ -Zustandes von  $6^1S + 7^1P_1$  nach dem  $\Pi$ -Zustand von  $6^1S + 6^1P_1$  zugeschrieben werden (siehe Schema der Fig. 4, bei dem die  $\Sigma^+ 7^1P_1$ -Potentialkurve willkürlich verlängert wurde). Auch die Zuordnung des blaugrünen Kontinuums läßt sich durchführen. Es wird offenbar bei dem Übergang des gleichen Anfangszustandes nach dem stabilen  $\Sigma^+$ -Zustand von  $6^1S + 6^1P_1$  ausgestrahlt werden. Durch diese Deutung des Blaukontinuums wird man nicht nur der Messung der Anregungsspannung gerecht, man erklärt auch, warum die beiden Kontinua lückenlos, nahezu gleichförmig eben<sup>2)</sup> das sichtbare Spektralgebiet erfüllen.

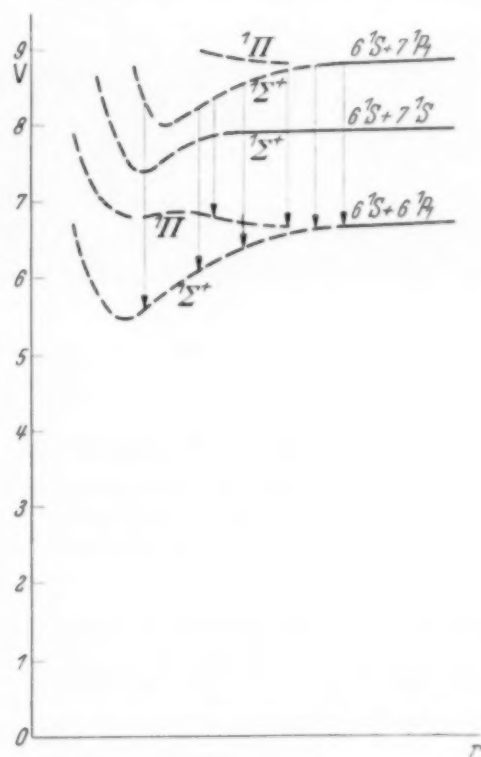


Fig. 4. Schema des Potentialkurvenverlaufes (Auszug aus W. Finkelburg, Kontinuierliche Spektren, Berlin 1938, Abb. 77).

<sup>1)</sup> Siehe Fußnote 2 auf voriger Seite. — <sup>2)</sup> F. Rössler, Annalen **34** (5), 1, 1939.

Es muß nun die Frage entschieden werden, warum kein blaugrünes Kontinuum zu finden ist, das von dem  $6^1S + 6^3P_0$ -Niveau ausgeht. Das in diesem Zustand angeregte Molekül dürfte eine verhältnismäßig lange Lebensdauer besitzen (da der Übergang eigentlich verboten ist) und daher im Laufe der Zeit zuviel Verlust bringende Stöße zweiter Art erfahren. Höchstens im Gebiet der Niederdruckentladung kann dieses Kontinuum auftreten, wo es auch bisher<sup>1)</sup> tatsächlich beobachtet wurde.

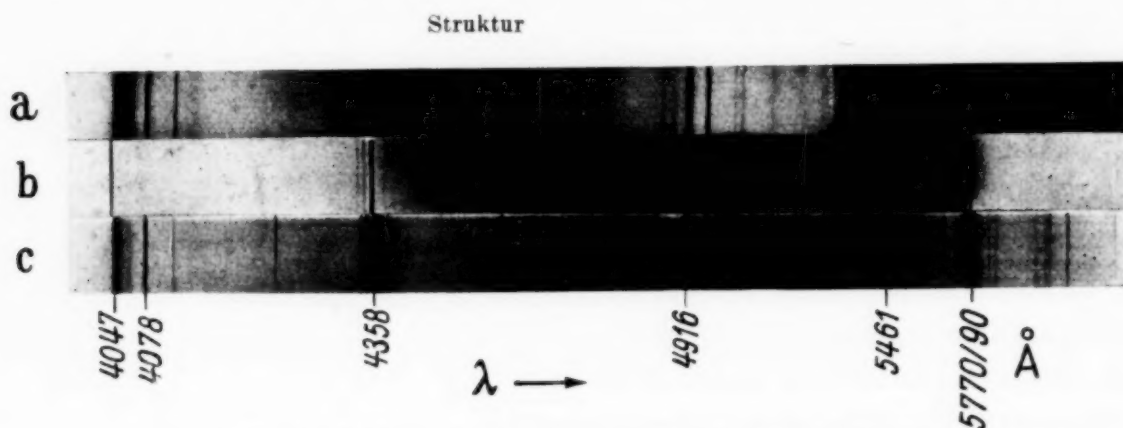
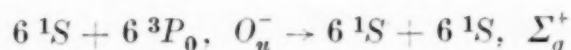


Fig. 5. Spektren der Kontinua von Quecksilberentladungen.

- a) Hg-Hochdruckentladung (Strahlung der Bogenmitte).
- b) Hg-Niederdruckentladung.
- c) Hg-Hochdruckentladung (Strahlung des Bogenrandes).

Bei Messungen an der Hg-Niederdruckentladung<sup>2)</sup> trat bei rund 4,5 Torr und 0,3 mA<sup>3)</sup> ein Hg-Kontinuum auf, das bei 4800 Å sein Maximum hatte. Dieses Kontinuum muß tatsächlich dem Übergang:



zugeschrieben werden. Welchen Unterschied aber dieses Kontinuum gegenüber dem der Hochdruckentladung darstellt, ist aus Fig. 5 zu ersehen, wo das Spektrum *b* der genannten HgN-Entladung, während das Spektrum *a* einer HgH-Entladung<sup>4)</sup> angehört.

<sup>1)</sup> W. Finkelburg, *Kontinuierliche Spektren*. Berlin 1938. —

<sup>2)</sup> F. Rössler u. F. Schönherr, *ZS. f. techn. Phys.* **19**, 588, 1938. —

<sup>3)</sup> Bei einer Belastung von 100 mA bei gleichem Druck war das Kontinuum, das sich vorher auf Kosten des Linienspektrums gebildet hatte, bereits wieder völlig verschwunden. In der Abhängigkeit vom Druck besaß die Strahlungsausbeute bei 20 Torr ein Maximum. — <sup>4)</sup> Zur Darstellung gelangte das Spektrum einer Hochdrucklampe Type HgQ 500 (Dampfdruck etwa 5 at). *Handb. d. Lichttechnik I*, S. 185. Berlin 1938. — Es sei bereits an dieser Stelle auf die Struktur des oberen kontinuierlichen Spektrums hingewiesen, die bei den verschiedensten Typen von Hochdrucklampen (für den gesamten Druckbereich zwischen 1 und 50 Atm. Quecksilber-Dampfdruck) in gleicher

Es wurde weiterhin das Spektrum der Randstrahlung einer Versuchslampe aufgenommen (Fig. 5c). Die Lampe hatte einen Druck von rund 1,5 at und einen inneren Durchmesser von 20 mm. Von dieser Randstrahlung war früher<sup>1)</sup> angegeben worden, daß sie durch Fluoreszenz entsteht und daß es sich dabei um den Übergang

$$6\ ^1S + 6\ ^3P_0, \ 0_u^- \rightarrow 6\ ^1S + 6\ ^1S, \ \Sigma_g^+$$

handelt. Daß diese Auffassung zu Recht besteht, ist aus dem Spektrum c zu ersehen, dessen Kontinuumsstrahlung in ihrem Verlauf dem der Hg-Niederdruckentladung (Spektrum b) ähnelt. Bei der Bewertung dieses Spektrogramms ist natürlich zu berücksichtigen, daß auch ein Teil Streustrahlung der Bogenmitte darin enthalten ist.

Im weiteren Ultrarot ist eine Messung der Leuchtdichteverteilung schwer durchzuführen. Es sei daher nur die Vermutung geäußert, daß die Hg-Strahlung bei 1 bis 2  $\mu$  dem Übergang  $6\ ^1S + 7\ ^1P_1, \ \Sigma^+ \rightarrow 6\ ^1S + 7\ ^1S, \ \Sigma^+$  zuzuordnen sei, was auch zu dem lückenlosen Anschließen an das nähere Ultrarot passen würde.

Die Frage, warum nicht noch weitere Niveaus zu der Kontinuumsstrahlung beitragen, wird erörtert werden, wenn die entsprechenden Messungen im Ultraviolett und bei höheren Drucken durchgeführt sind.

Weise gefunden wurde, und die später eine ausführlichere Behandlung erfahren wird. Das gleiche gilt von einigen Linien in der Umgegend von 7400 Å, die auf Aufnahmen von G. Wiedmann u. H. Schmidt, ZS. f. Phys. **106**, 276, 1937, zu sehen sind.

<sup>1)</sup> F. Rössler, ZS. f. Phys. **110**, 352, 1938.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

## Zur Vervollständigung des Termschemas von Kohlenoxyd. III.

Von L. Gerö und R. Schmid in Budapest.\*

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 21. März 1939.)

In Fortsetzung zweier vorhergehender Arbeiten wird das Niveauschema von CO durch Einfügung der Schwingungs- und Rotationsstufen der  $d^3II$ - und  $a^3II$ -Zustände ergänzt. Somit finden alle an den verschiedenen CO-Banden bisher beobachteten Störungen ihre Erklärung. Die Richtigkeit des Termsystems konnte dadurch erwiesen werden, daß Störungen nachträglich an den vorausgesagten Plätzen festgestellt werden konnten.

In zwei gleichbetitelten Arbeiten<sup>1)</sup>, haben wir versucht, die neueren Ergebnisse der Forschung über das Kohlenoxydspektrum, über das bereits in verschiedenen Abhandlungen aus diesem Institute berichtet wurde, zu einer Vervollständigung des Termschemas des CO-Moleküls zu verwerten. Es handelte sich damals darum, die Terme  $a'^3\Sigma^+$ ,  $e^3\Sigma^-$  und  $I^1\Sigma^-$ , von denen  $e^3\Sigma^-$  und  $I^1\Sigma^-$  nur aus Störungen am  $A^1II$ -Term bekannt waren, in das CO-Niveauschema einzufügen. Vorliegende Arbeit bezweckt dasselbe hinsichtlich der  $d^3II$ - und  $a^3II$ -Terme des CO-Spektrums.

Die Lagen der Schwingungs- und Rotationsstufen von einigen  $d^3II$ -Zuständen sind aus der Rotationsanalyse der  $d^3II \rightarrow a^3II$ - (Merton-Johnson'schen) Triplettbanden bekannt, über die an anderer Stelle berichtet wird. Über die Lagen einer weiteren Anzahl von  $d^3II$ -Termen unterrichten die Störungen der  $A^1II$  CO-Terme, die als Überkreuzungen mit  $^3II$ -Termen erkannt worden sind<sup>2)</sup>.

Die Lagen der  $a^3II$ -Terme bis  $v = 5$  sind aus der Rotationsanalyse der III. positiven ( $b^3\Sigma \rightarrow a^3II$ )-CO-Banden<sup>3)</sup> bekannt. Ein weiterer  $a^3II$ -Zustand äußert sich ferner in der  $^3II$ -Störung der  $5307 \text{ \AA}$   $d^3II$  ( $v = 3$ )  $\rightarrow a^3II$  ( $v = 0$ )-Bande des CO-Triplettsystems. Fig. 1 zeigt den Verlauf der Schwingungs- bzw. Rotationsfolgen der drei  $II$ -Terme des CO. Man erkennt klar das Ineinandergreifen der  $d^3II$ - und  $A^1II$ -Terme, wodurch die

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. **105**, 36, 1937; **106**, 205, 1937, zitiert im folgenden als I bzw. II. — <sup>2)</sup> D. Coster u. F. Brons, Physica **1**, 634, 1934; L. Gerö, ZS. f. Phys. **93**, 669, 1935; **99**, 52, 1936; **100**, 374, 1936. — <sup>3)</sup> G. H. Dieke u. J. W. Mauchly, Phys. Rev. **43**, 12, 1933; B. S. Beer, ZS. f. Phys. **107**, 73, 1937.



$^3\Pi$ -Störungen an den letztgenannten Termen erklärt werden, während die  $a^3\Pi$ - und  $A^1\Pi$ -Zustände ohne gegenseitige Störung verlaufen. Obwohl die Konvergenzstelle von  $A^1\Pi$  natürlich erheblich höher als die von  $a^3\Pi$  liegen muß, verlaufen die zu mäßigen Schwingungsquantenzahlen gehörenden Rotationstermfolgen von  $a^3\Pi$  und  $A^1\Pi$  fast parallel, so daß eine Überkreuzung derselben nur bei sehr hohen Rotationsquantenzahlen zu erwarten ist. Die Rotationsanalyse des  $A^1\Pi$ -Zustandes konnte in keinem Falle soweit durchgeführt werden. Bei höheren Schwingungsstufen des  $A^1\Pi$ -Zustandes kann man zwar die  $a^3\Pi$ -Störungen schon bei kleineren Rotationsquantenzahlen erwarten, diese Rotationstermfolgen sind aber selbst schon zu kurz, um sie zu erreichen.

Hinsichtlich der Bestimmung bzw. Abschätzung der Konvergenzhöhen der  $a^3\Pi$ - und  $d^3\Pi$ -Zustände ist es zweckmäßig — wie schon in einer vorherigen Arbeit<sup>1)</sup> auseinandergesetzt wurde — eine Darstellung der Terme im Energie  $\sim b(r)$ -Koordinatensystem vorzunehmen. Fig. 2 enthält auch die entsprechenden Kurven der  $a'^3\Sigma^+$ -,  $e^3\Sigma^-$ - und  $I^1\Sigma^-$ -Zustände, die schon in II veröffentlicht wurden. Der gleichartige Verlauf des bekannten Teiles der Kurven von  $a^3\Pi$ ,  $a'^3\Sigma^+$ ,  $e^3\Sigma^-$  und  $d^3\Pi$  stützt die schon in früheren Arbeiten<sup>2)</sup> gemachte Folgerung, daß diese Zustände in der gleichen Höhe ihre Konvergenzgrenze haben, die zugleich identisch mit der Dissoziationsgrenze des CO-Moleküls bei 11,06 e-Volt über dem

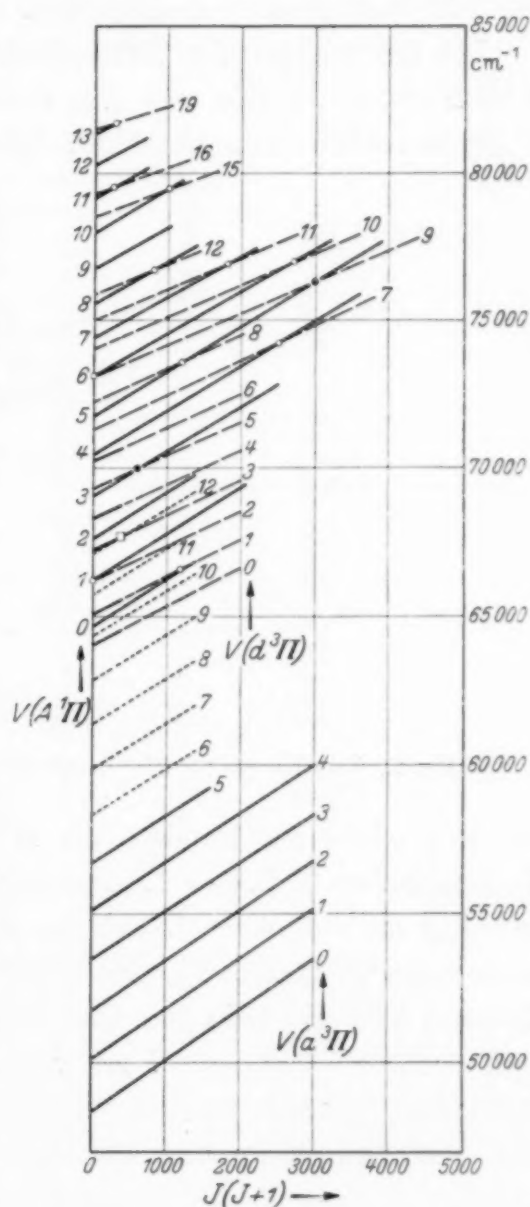


Fig. 1. Rotationstermfolgen der  $a^3\Pi$ -,  $A^1\Pi$ - und  $d^3\Pi$ -Zuständen des CO im Energie  $\sim J(J+1)$ -Koordinatensystem.

<sup>1)</sup> R. Schmid u. L. Gerö, Ann. d. Phys. (5) **33**, 70, 1938. — <sup>2)</sup> Siehe z. B. R. Schmid u. L. Gerö, ZS. f. phys. Chem. (B) **36**, 105, 1937.

$X^1\Sigma^+$  ( $v = 0$ ,  $J = 0$ )-Grundzustand ist und der Atomtermkombination  $C(^3P) + O(^1S)$  bzw.  $C(^5S) + O(^3P)$  zugeordnet werden muß. Fig. 3 und 4 stellen den (wahrscheinlichen) Verlauf der Rotationskonstanten und Schwingungstermhöhen der Zustände  $d^3\Pi$  und  $a^3\Pi$  als Funktion der Schwingungsquantenzahlen dar.

Mit der vorliegenden Arbeit findet die Zuordnung der Störungen am  $A^1\Pi$ -Zustand zu den vier ihn durchkreuzenden Termen  $a'^3\Sigma^+$ ,  $e^3\Sigma^-$ ,  $I^1\Sigma^-$  und  $d^3\Pi$  einen Abschluß. Wie Fig. 1 zeigt, wird die Störung, die

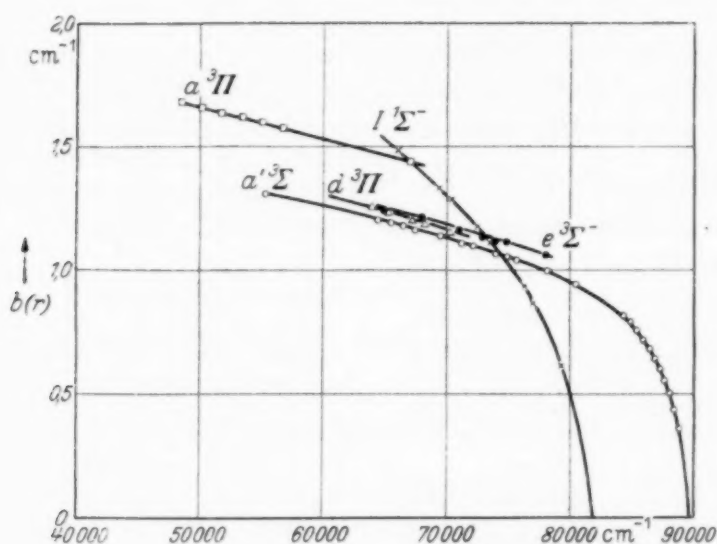


Fig. 2. Termkurven von CO-Zuständen im  $b(r) \sim$  Energie-Koordinatensystem.

im Kopfgebiet der Banden, die  $A^1\Pi$  ( $v = 1$ ) als oberen oder unteren Zustand haben (z. B.  $0 \rightarrow 1$  Å-Bande) und von denen man in älteren Arbeiten zuweilen als von einer  $^1\Pi$ -Störung sprach, durch die  $v = 2$ -Schwingungsstufe von  $d^3\Pi$  verursacht. Die  $d^3\Pi$ -Überkreuzungsstelle am  $A^1\Pi$  ( $v = 3$ )-Zustand fällt sehr nahe mit einer Überschneidungsstelle von  $A^1\Pi$  ( $v = 3$ ) und  $a'^3\Sigma^+$  ( $v = 13$ ) (vgl. I und II) zusammen und konnte deshalb vorher nicht klar erkannt werden. Die Überkreuzungsstelle von  $A^1\Pi$  ( $v = 5$ ) mit  $d^3\Pi$  ( $v = 9$ ) wurde bei der Rotationsanalyse der IV. positiven  $A^1\Pi$  ( $v = 5$ )  $\rightarrow X^1\Sigma^+$ -Banden<sup>1)</sup> ebenfalls nicht als solche erkannt, obwohl mehrere Bandenlinien, die zwischen den viel stärkeren Linien anderer Banden desselben Systems liegen müßten, nicht an den erwarteten Stellen gefunden werden konnten. Dies ist nunmehr als Folge der Störung anzusehen.

Außer den Störungen am  $A^1\Pi$ -Zustand finden sich Störungen in größerer Anzahl bekannterweise am  $b^3\Sigma^+$ -Zustand vor. Wie schon in I

<sup>1)</sup> L. Gerö, ZS. f. Phys. **99**, 52, 1936.

dargelegt wurde, sind diese den Überschneidungen von  $b^3\Sigma^+$ - und  $a'^3\Sigma^+$ -Termen zuzuschreiben. Nun erschien in der Zwischenzeit ebenfalls aus diesem Institut eine Arbeit von Kovács<sup>1)</sup>, in der die  $^3\Sigma-^3\Sigma$ -Störung theoretisch behandelt wurde. Wie Fig. 3 der Kovácsschen Arbeit zeigt, sind neben den „Hauptstörungen“, nämlich den drei Überkreuzungsstellen der  $^3\Sigma^+$ -Komponenten mit gleichen  $K$ -Quantenzahlen auch noch zwei

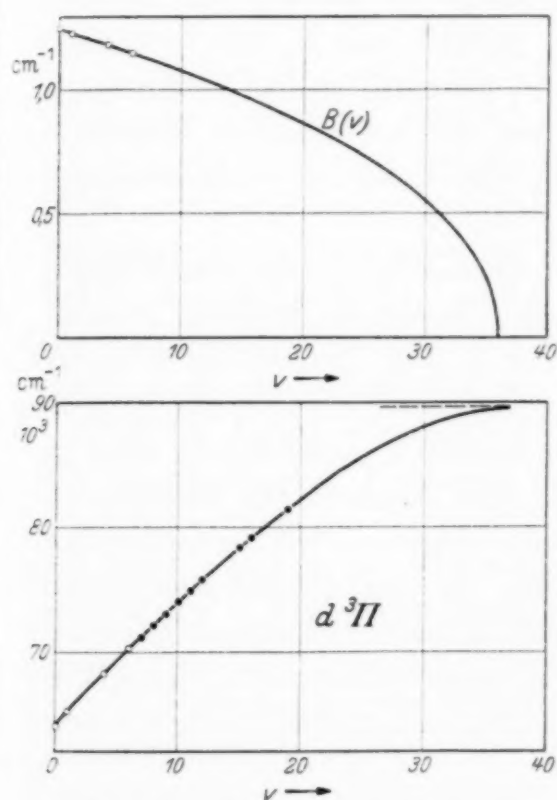


Fig. 3. Verlauf der Rotationskonstanten und der Schwingungstermhöhen des  $d^3\Pi$ -Zustandes.

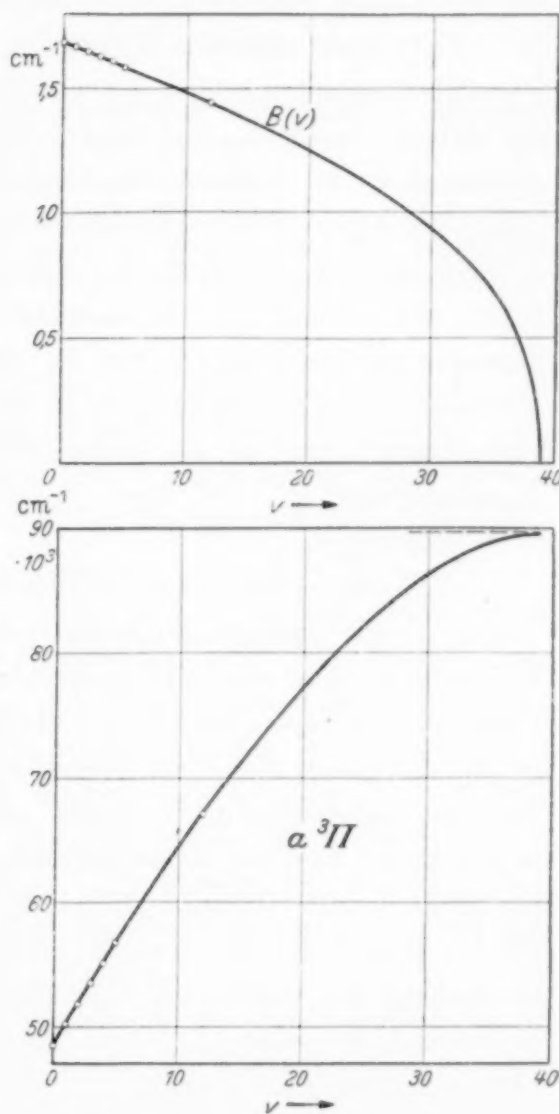


Fig. 4. Verlauf der Rotationskonstanten und der Schwingungstermhöhen des  $a^3\Pi$ -Zustandes.

schwächere „Nebenstörungen“ zu erwarten, und zwar an den Überschneidungspunkten der Komponenten, deren  $K$ -Quantenzahlen sich um zwei Einheiten unterscheiden. Die  $a'^3\Sigma^+$ -Überkreuzungen am  $b^3\Sigma^+$ -Zustand ereignen sich mehrmals und liegen bei größeren Rotationsquantenzahlen immer näher beieinander, so daß schon die Hauptstörungen das Aussehen der Banden sehr charakteristisch verzerren. Soweit die enge

<sup>1)</sup> I. Kovács, ZS. f. Phys. 111, 640, 1939.

Struktur der Banden eine Beobachtung zuläßt — also hauptsächlich bei mittleren Rotationsquantenzahlen, da im Kopfgebiet die Bandenlinien selbst und bei größeren Rotationsquantenzahlen die Störungen schon zu dicht liegen — kann man feststellen, daß an den Stellen, wo die obenerwähnten Nebenstörungen auftreten sollten, wenigstens ein bis zwei Bandenlinien Unregelmäßigkeiten zeigen. Überblickt man z. B. die Bandenlinientabellen der Arbeit von Dieke und Mauchly (l. c.), so springt sofort in die Augen, daß bei  $K = 27$  — also in einem ziemlich ruhigen Gebiete, zwischen zwei Hauptstörungen — die Intensität der stärksten  $Q_1$ -Linien mit Null angegeben ist. Eine genauere Untersuchung des Verlaufes der übrigen Zweige zeigte einen ähnlichen, kleinen Effekt auch für  $R_1$  (26) und  $P_1$  (28). Dasselbe ließ sich auch bei  $R_1$  (35),  $Q_1$  (36) und  $P_1$  (37) feststellen. Nachdem diese Erscheinungen in der  $F_1$ -Termfolge des  $b^3\Sigma^+$ -Zustandes vorkommen, sind sie als Nebenstörungen der bei kleineren Rotationsquantenzahlen ( $K = 20$  bzw.  $K = 30$ ) vorkommenden Hauptstörungen zu betrachten.

Im Laufe der Analyse der zahlreichen CO-Banden, die den verschiedenen Triplet- und Interkombinationssystemen angehören, machten wir die Feststellung, daß die  $d$ -Komponente der  $A$ -Typ Dublett der  $K = 13$ -Rotationsstufe des  $a^3\Pi_1$  ( $v = 0$ )-Terms gestört sein muß, da die Bandenlinien, die diesen Term als oberen oder unteren Zustand haben, nicht an ihren normalen Stellen zu finden sind. [Die entsprechende Stelle wurde in der Arbeit über die Rotationsanalyse der  $a'^3\Sigma^+ \rightarrow a^3\Pi$ -Banden<sup>1)</sup> mit  $P$  vermerkt.] Als Ursache dieser Störung ist eine Überschneidung des  $a^3\Pi$  ( $v = 0$ )-Terms durch einen bisher nicht beobachteten tiefen CO-Zustand anzusehen. Das vorliegende spärliche Beobachtungsmaterial läßt vermuten, daß es sich um einen  $1\Sigma^+$ -Term handelt. Näheres darüber hoffen wir demnächst mitteilen zu können.

Vorliegende Untersuchung wurde im Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften (Budapest) durchgeführt, das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter der Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht.

<sup>1)</sup> L. Gerö, ZS. f. Phys. **109**, 204, 1938.



## Energie und Reichweite der schweren Urantrümmer.

Von O. Haxel in Berlin-Charlottenburg.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 30. März 1939.)

Die bei der Beschießung von Uran mit Neutronen entstehenden schweren Teilchen werden mit Hilfe eines Proportionalzählers untersucht. Aus den gebildeten Ionenmengen wird auf die Energie der Teilchen, aus Absorptionsmessungen auf ihre Reichweite geschlossen. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in der Tabelle am Schluß der Arbeit zusammengestellt. Aus den Messungen lassen sich Angaben über die Energie-Reichweite-Beziehung der schweren Teilchen machen.

*I. Einleitung.* Unter der Einwirkung von Neutronen entsteht aus Uran eine Reihe von künstlich radioaktiven Substanzen. Hahn und Straßmann<sup>1)</sup> machten bei der chemischen Untersuchung dieser Stoffe die überraschende Entdeckung, daß neben den Transuranen auch Atomarten entstehen, deren Kernmasse und Kernladung nur etwa halb so groß ist wie die des Urans. Hahn und Straßmann nehmen an, daß diese Atome die Bruchstücke von zersprungenen Urankernen sind. Ein solches Zerspringen ist energetisch denkbar, da der Massendefekt pro Elementarteilchen für Atomkerne mittleren Atomgewichts größer ist als für Uran. Die überraschenden Ergebnisse von Hahn und Straßmann wurden neuerdings durch den Nachweis der auseinanderfliegenden Urantrümmer mit Zählern und in der Wilson-Kammer völlig gesichert<sup>2)</sup>. Im folgenden sollen einige Versuche über Energie- und Reichweitemessungen an solchen Hahnschen Urantrümmern beschrieben werden.

*II. Versuchsanordnung.* Die Versuche wurden mit einem Geigerschen Proportionalzähler durchgeführt. Der Zylinder des Zählrohrs war auf der Innenseite mit Uranoxyd bedeckt. Das Zählrohr war etwa 12 cm lang und hatte einen Durchmesser von 6 cm. Die Füllung bestand aus Argon. Das Luftäquivalent der Gasfüllung in Richtung des Rohrdurchmessers betrug 3 cm. Die Impulse des Zählrohrs wurden verstärkt und dem Gitter eines Thyratrons zugeführt. Das Thyatron sprach auf alle Ausschläge an, die größer waren als eine genau einstellbare Mindestausschlagsgröße. Die Impulse, auf die das Thyatron ansprach, wurden mit einem mechanischen Addierwerk gezählt. Bei einzelnen Meßreihen wurden die verstärkten

<sup>1)</sup> O. Hahn u. F. Straßmann, Naturwissensch. **27**, 11, 1939. —

<sup>2)</sup> W. Jentschke u. F. Prankl, ebenda **27**, 134, 1939; O. R. Frisch, Nature **143**, 276, 1939; D. R. Corson u. R. L. Thornton, Phys. Rev. **55**, 509, 1939; G. v. Droste, Naturwissensch. **27**, 198, 1939.

Impulse einem Kathodenstrahloszillographen zugeführt und die Ausschlagsgrößen aus der Photographie des Oszillogramms ermittelt.

*III. Versuchsergebnisse.* Das mit Uran ausgekleidete Zählrohr sprach auf die große Menge der  $\alpha$ -Strahlen, die aus der Uranoxydschicht stammten, an. Wurde neben das Zählrohr eine Radium-Berylliumquelle (etwa 20 mCurie) gebracht und beides mit Paraffin umkleidet, so traten neben den kleinen Impulsen der  $\alpha$ -Strahlen die wesentlich größeren Impulse der zerspringenden Uranatome auf. Mit dem Thyatron wurde die Häufigkeit der Ausschläge in Abhängigkeit von der Ausschlagsgröße ermittelt. Das Ergebnis dieser Messungen ist in Fig. 1 dargestellt. Auf der Abszisse ist

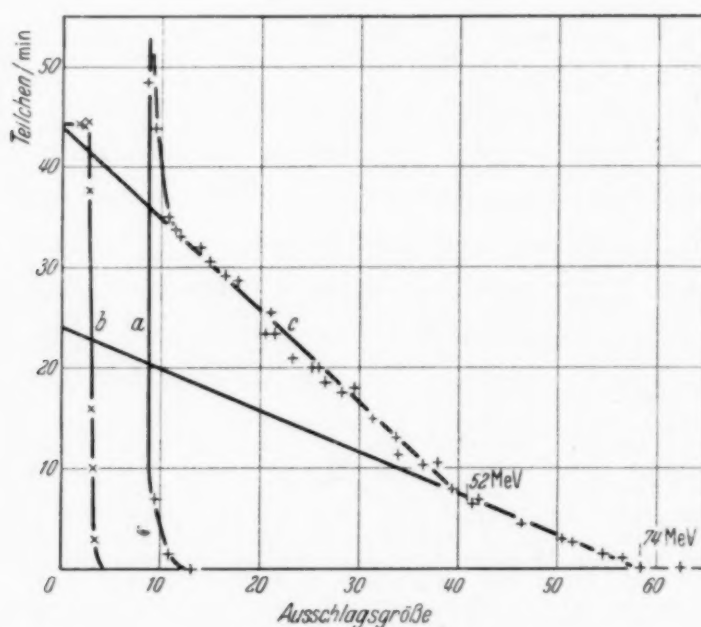


Fig. 1. Häufigkeitsverteilung der Ausschlagsgrößen.  
 Kurve a: Ausschläge, hervorgerufen von der Uran- $\alpha$ -Strahlung.  
 Kurve b: Ausschlagsgröße einzelner  $\alpha$ -Teilchen.  
 Kurve c: Ausschlagsgröße der schweren Urantrümmer.

die Ausschlagsgröße in Volt aufgetragen, auf der Ordinate ist die Zahl derjenigen Teilchen pro Minute angegeben, deren Ausschlag größer als der zugehörige Abszissenwert ist. Der Punkt beim Abszissenwert 40 wurde demnach folgendermaßen erhalten: Die Thyatrongittervorspannung wurde 40 Volt negativer als die Zündspannung des Thyatrons gewählt. Alle Ausschläge, die das Gitter des Thyatrons um weniger als 40 Volt hoben, konnten daher kein Zünden desselben hervorrufen, wohl aber sprach das Thyatron auf jeden Ausschlag an, der größer war als 40 Volt. Die Zahl dieser Ausschläge in der Minute ist beim Punkt 40 aufgetragen.

Die Kurve a in Fig. 1 wurde erhalten, wenn nur die  $\alpha$ -Strahlen des Urans zugegen waren. Die maximale Ausschlagsgröße von 13 Volt rührt

jedoch nicht von einzelnen  $\alpha$ -Teilchen her, sondern kommt durch Überlagerung von mehreren Ausschlägen infolge der vielen  $\alpha$ -Strahlen aus Uran zustande. Um die Ausschlagsgröße eines einzelnen  $\alpha$ -Teilchens zu ermitteln, wurden in einen gleichartigen Zähler, der jedoch kein Uran enthielt, durch ein Glimmerfenster  $\alpha$ -Strahlen eingeschossen. Die Zahl wurde entsprechend niedriggehalten, so daß Überlagerungen nicht vorkamen. Kurve *b* zeigt die Ausschlagsgröße solcher einzelner  $\alpha$ -Strahlen. Ihr Energieverlust im Zähler betrug 4,44 MeV. Zählerdruck, Zählerspannung und Verstärkungsgrad waren dabei dieselben wie bei Kurve *a*. Kurve *c* zeigt schließlich die Ausschlagsgrößen bei Gegenwart der Neutronenquelle. Zu den von  $\alpha$ -Strahlen stammenden Ausschlägen kommen jetzt noch die wesentlich größeren der Hahnschen Urantrümmer. Durch die Meßpunkte können zwei sich schneidende Geraden gelegt werden. Die größten vorkommenden Ausschläge entsprechen einer Energie von 74 MeV. Diese Energie ergibt sich aus der Ausschlagsgröße der  $\alpha$ -Strahlen (Kurve *b*) unter der Annahme, daß der Energieaufwand für die Erzeugung eines Ionenpaares bei  $\alpha$ -Teilchen und bei den Hahnschen Teilchen gleich groß ist. Der Schnittpunkt der beiden Geraden entspricht einer Energie von 52 MeV. Wie im folgenden näher erläutert wird, zeigen die beiden Geraden das Vorhandensein von zwei Teilchengruppen mit den Energien 74 und 52 MeV an. Über zwei Teilchengruppen berichten auch Jenschke und Prankl (l. c.). Die von ihnen mitgeteilten vorläufigen Zahlenwerte stimmen mit den hier gegebenen überein. Das Verhältnis der hier gegebenen Energiewerte für die beiden Gruppen dürfte auf einige Prozent genau sein. Die Absolutwerte der Energie sind mit einem größeren Fehler behaftet, da die Eichung an zwei verschiedenen Zählern durchgeführt werden mußte und weil der Einfluß der Rekombination bei den hier auftretenden hohen Ionendichten schwer zu übersehen ist. Der Fehler dürfte jedoch 15% nicht übersteigen.

*IV. Teilchen aus dicker Schicht.* Im folgenden soll untersucht werden, welche Ausschlagsgrößenverteilung wir zu erwarten haben, wenn Teilchen einheitlicher Reichweite aus einer Schicht emittiert werden, die dicker ist als die Reichweite der Teilchen.

In Fig. 2 bedeutet das schraffierte Gebiet die emittierende Substanzschicht.  $R$  sei die Reichweite der Teilchen,  $R_A$  sei die Reichweite eines Strahles im Zähler, der dort den Ausschlag  $A$  hervorruft. Die Dimension des Zählers sei groß gegen die Reichweite der Strahlen.  $R$  und  $A$  sollen durch die Beziehung  $R = a \cdot A^n$  zusammenhängen. Für  $\alpha$ -Strahlen ist nach Geiger  $n = 3/2$ .  $N_A$  bedeute die Zahl der Strahlen, die in dem Zähler Ausschläge größer als  $A$  hervorrufen.

Wir betrachten in Fig. 2 ein Volumenelement von der Schichtdicke  $dx$  in der Tiefe  $x$ , wobei  $x$  bereits in Luftäquivalenten gemessen ist, und fragen uns, welcher Bruchteil der von dem Volumenelement ausgehenden Strahlen in dem Zähler einen Ausschlag größer  $A$  hervorruft. Dies sind, wie man

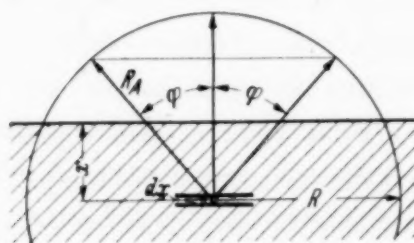


Fig. 2. Teilchen aus dicker Schicht.

sofort sieht, alle diejenigen Strahlen, die innerhalb des Kegels mit dem Öffnungswinkel  $\varphi$  liegen. Die Zahl der aus dem Volumenelement  $F \cdot dx$  stammenden Strahlen mit einem Ausschlag größer  $A$  ist dann:

$$dN_A = \alpha \cdot F \cdot \frac{2\pi (R - R \cdot \cos \varphi) R}{4\pi R^2} dx,$$

wobei  $\alpha$  die Zahl der pro Sekunde in den ganzen Raumwinkel emittierten Teilchen ist. Durch Umrechnung ergibt sich:

$$N_A = \frac{\alpha \cdot F}{4} (R - a A^n). \quad (1)$$

Legt man auf die emittierende Schicht eine nicht emittierende Absorberschicht der Dicke  $D$  (in Luftäquivalent gemessen), so erhält man durch ähnliche Überlegungen:

$$N_A = \frac{\alpha \cdot F}{4} \frac{(R - a A^n - D)^2}{R - a A^n}. \quad (2)$$

V. *Diskussion der Versuchsergebnisse.* Gleichung (1) gibt die für eine dicke Schicht zu erwartende Abhängigkeit der Ausschlagszahlen  $N_A$  von der Ausschlagsgröße  $A$  wieder. Dabei ist allerdings noch der für die schweren Urantrümmer gültige Exponent  $n$  in der Reichweite-Energiebeziehung unbekannt. Ist  $n$  gleich Eins, so wird  $N_A$  linear abhängig von  $A$ , d. h.  $N_A$  als Funktion von  $A$  dargestellt ergibt eine Gerade. Dies ist aber der in Fig. 1 dargestellte Tatbestand. Wir schließen daher aus den Meßergebnissen, daß der Exponent  $n$  in der Reichweite-Energiebeziehung für die Hahnschen Urantrümmer sehr nahe den Wert Eins haben muß. Aus dem Vorhandensein von zwei Geraden folgt, daß die Hahnschen Urantrümmer aus zwei Gruppen bestehen, deren Energien 74 und 52 MeV betragen. Macht man die sehr naheliegende Annahme, daß die beiden Gruppen



dadurch entstehen, daß der Urankern in zwei Teile zerspringt, so lassen sich aus Energie- und Impulssatz die Massen der beiden Teilchen errechnen. Die Massen der Teilchen müssen sich umgekehrt wie ihre Energien verhalten.

Unter der Voraussetzung, daß die Gesamtmasse des Urankerns (239) sich in den beiden Bruchstücken wiederfindet, erhält man für die Teilchen der Gruppe 1 ( $E_1 = 74$  MeV)  $99 \pm 2$  Masseneinheiten und für die Gruppe 2 ( $E_2 = 52$  MeV)  $140 \pm 2$  Masseneinheiten. Da der Schnittpunkt zwischen den beiden Geraden scharf ausgeprägt ist, muß man annehmen, daß das Spaltungsverhältnis bei den einzelnen Aufspaltungen nur um wenige Masseneinheiten verschieden sein kann, vielleicht sogar immer dasselbe ist. Ferner wäre der scharfe Schnittpunkt der beiden Geraden nicht zu verstehen, wenn bei dem Zerspringen mehr als zwei Bruchstücke auftreten würden. Die vorliegenden Versuche sprechen dafür, daß die bei dem Zerspringen überschüssig werdenden Neutronen bei den beiden Bruchstücken verbleiben und die Bruchstücke entsprechend den Versuchen von Hahn und Straßmann durch mehrmalige  $\beta$ -Umwandlung in stabile Kerne übergehen.

Aus der Tatsache, daß durch die Meßpunkte Geraden gelegt werden können, wurde bereits gefolgert, daß in der Reichweite-Energiebeziehung der Hahnschen Trümmer der Exponent  $n$  den Wert 1 besitzt. Wenn  $n$  größer als Eins, etwa  $3/2$  wäre, wie es für  $\alpha$ -Teilchen der Fall ist, dann müßten nach Gleichung (1) an Stelle der beiden Geraden zwei nach oben konvexe Kurven auftreten. Die zur kürzeren Gruppe gehörenden Meßpunkte sprechen aber eher für eine nach oben leicht konkave Kurve. Der Exponent  $n$  in der Reichweite-Energiebeziehung ist daher sicher nicht größer, sondern eher kleiner als 1. Um die eben gezogenen Folgerungen zu sichern, wurde eine zu Fig. 1c analoge Kurve für die Umwandlung B ( $n, \text{He}$ ) Li aufgenommen. Bei dieser Umwandlung werden  $\alpha$ -Teilchen kurzer Reichweite emittiert. Die hierfür gemessenen Kurven zeigen entsprechend dem für  $\alpha$ -Strahlen gültigen Exponenten  $n = 3/2$  die erwartete konvexe Krümmung nach oben. Dies ist eine große Stütze für die oben gemachten Aussagen über die Reichweite-Energiebeziehung.

Es ist noch die Frage zu klären, ob neben den bereits erwähnten Gruppen noch weitere vorhanden sind. Aus der Tatsache, daß in der Kurve c der Fig. 1 nur die eine Knickstelle scharf ausgeprägt ist, muß geschlossen werden, daß weitere Gruppen, soweit sie überhaupt vorhanden sind, wesentlich schwächer besetzt sein müssen. Sowohl bei der Auswertung von Kathodenstrahloszillogrammen wie auch bei mehreren eigens zu diesem Zweck unternommenen Thyratronmeßreihen konnten keine neuen reproduzierbaren

Knickstellen gefunden werden. Es soll daher im folgenden nicht näher auf diese Fragen eingegangen werden.

*VI. Reichweitemessungen.* Wie Gleichung (1) zeigt, sind die Ordinatenabschnitte der Geraden in Fig. 1 den Reichweiten der Teilchen proportional. Demnach verhalten sich die Reichweiten der beiden Gruppen  $R_1$  zu  $R_2$  wie 1,2 zu 1. Die Absolutgröße der Reichweite läßt sich aus den bisherigen Messungen nicht ermitteln. Um sie zu erhalten, wurde die Uranoxydschicht mit einer Aluminiumfolie von 0,60 cm Luftäquivalent bedeckt und erneut die Häufigkeit der verschiedenen Ausschlagsgrößen aufgenommen. Fig. 3 zeigt das Ergebnis dieser Messung. Die größten hier auftretenden

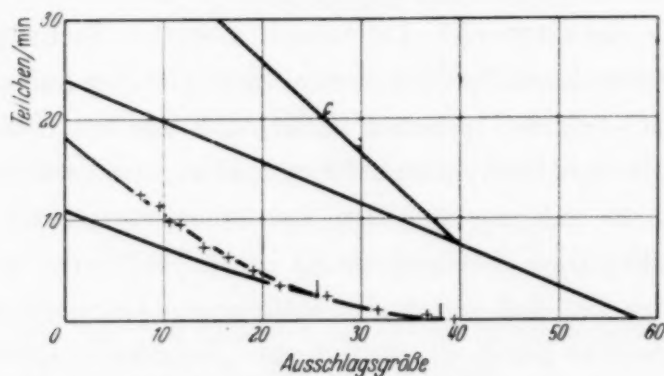


Fig. 3. Ausschlagsgrößen der Urantrümmer bei Einschalten einer Aluminiumfolie von 0,6 cm Luftäquivalent.

Teilchen rühren sicher von Teilchen der Gruppe 1 her, da diese die größere Reichweite haben. Durch die ihnen entsprechenden Meßpunkte wurde eine Kurve gelegt, die nach Gleichung (2) berechnet wurde. Das Verhältnis von  $D$  zu  $R$  wurde dabei so gewählt, daß sich die Kurve möglichst gut den Meßpunkten für die größten Ausschläge anpaßte. Dies war für  $D = 0,325 \cdot R$  der Fall. Werte von  $D$ , die 10% größer oder kleiner waren, ergaben keine Übereinstimmung mehr. Für die zweite Gruppe wurde dieselbe Überlegung durchgeführt, Kurve und Meßpunkte fielen dann zusammen, wenn  $D = 0,4 \cdot R$  gewählt wurde. Da die Schichtdicke  $D$  gleich 0,60 cm ist, können die Reichweiten der beiden Gruppen berechnet werden. Es ergeben sich die Werte  $R_1 = 1,8 \text{ cm} \pm 0,24$  und  $R_2 = 1,5 \pm 0,20 \text{ cm}$ . Diese Werte sind in Übereinstimmung mit dem sich aus Fig. 1 ergebenden Reichweitenverhältnis von 1 zu 1,2.

*VII. Energieverluste der Hahnschen Teilchen beim Durchgang durch Aluminium.* Interessant ist ferner noch das Verhalten der Hahnschen Teilchen beim Durchgang durch die Aluminiumfolie. Für die Gruppe 1 erhält man einen Energieverlust von 41 MeV/cm Luft und für die Gruppe 2 den Wert 35 MeV/cm. Dies ist etwa 22mal so viel wie der bei  $\alpha$ -Strahlen

beobachtete Wert. Der hohe Energieverlust und damit die starke Ionisation der Teilchen hängen natürlich mit ihrer höheren Kernladungszahl zusammen. Nimmt man an, daß sich die Kernladungen im selben Verhältnis aufteilen wie die Kernmassen, so würde man für Gruppe 1 eine Kernladung von etwa 38 finden und für die Teilchen der Gruppe 2 die Kernladung 54. Nach Bethe<sup>1)</sup> ist der Energieverlust eines Teilchens proportional dem Quadrat der Kernladungszahl und umgekehrt proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit und somit auch umgekehrt proportional der Energie des Teilchens. Diese Formel gibt die Verhältnisse für  $\alpha$ -Strahlen und Protonen richtig wieder und man würde erwarten, daß sie auch für die Hahnschen Teilchen gilt, besonders wenn man bedenkt, daß die Teilchen der Gruppe 1 dieselbe Geschwindigkeit haben wie  $\alpha$ -Strahlen von etwa 3 MeV. Wie die Versuche zeigen, befolgen die Hahnschen Teilchen jedoch nicht die für  $\alpha$ -Strahlen gültige Gesetzmäßigkeit. Während für  $\alpha$ -Strahlen der Energieverlust mit fallender Energie zunimmt, ist der Energieverlust der Hahnschen Teilchen von ihrer Energie unabhängig. Dieses abweichende Verhalten der Hahnschen Teilchen läßt sich aber leicht erklären, wenn man annimmt, daß die Hahnschen Teilchen einen Teil ihrer Hüllenelektronen mit sich führen und daher für die Ionisation nicht die volle Kernladung wirksam ist. Für die Annahme, daß nicht die ganze Kernladung für die Ionisation wirksam ist, spricht auch die Tatsache, daß der Energieverlust bei Gruppe 1 und Gruppe 2 nahezu gleich ist. Wäre die volle Kernladung wirksam, so müßte Gruppe 2 mit ihren 54 Kernladungen einen mehrmals größeren Energieverlust aufweisen wie Gruppe 1 mit 38 Kernladungen. Da beide Gruppen ungefähr gleich stark ionisieren, müssen auch die für die Ionisation wirksamen Ladungen annähernd gleich sein, d. h. mindestens bei Gruppe 2 muß angenommen werden, daß nur ein Teil der Kernladung für die Ionisation wirksam ist. Rechnet man sich nach der Betheschen Formel die wirksamen Kernladungen aus, so erhält man für die Gruppe 1 als wirksame Ladung den Wert 10 und für die Gruppe 2 den Wert 7. Danach muß man schließen, daß die Urantrümmer bei ihrem Weg durch das Aluminium den größten Teil ihrer Elektronenhülle bereits aufgefüllt haben und sie mit fallender Energie immer mehr vervollständigen. Dieses Ergebnis ist nicht so überraschend, wie es im ersten Augenblick erscheint, wissen wir doch, daß bereits  $\alpha$ -Teilchen mit Energien von etwa 1 MeV manchmal nur einfach geladen auftreten. Ferner hat Friedel<sup>2)</sup> beobachtet, daß Stickstoffkanalstrahlen nach dem Durchgang durch Metallfolien im wesentlichen einfach

<sup>1)</sup> Siehe M. S. Livingston u. H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys. 9, 263, 1937.

— <sup>2)</sup> A. Friedel, Tüb. Diss. 1936.



geladen sind und nur selten zwei oder mehrfach geladene Teilchen auftreten. Der Stickstoffkern nimmt somit bei seinem Durchgang durch die Folie meist sechs seiner Elektronen mit. Damit wird auch der Gedanke annehmbar, daß die Uranteilchen mit einem Gefolge von etwa 28 bzw. 47 Elektronen die Materie durchsetzen.

*VIII. Zusammenfassung der Versuchsergebnisse.* Die Versuche ergeben, daß beim Zerspringen des Urankerns unter der Einwirkung langsamer Neutronen zwei Teilchengruppen emittiert werden. Weitere Gruppen mit vergleichbarer Ausbeute wurden nicht beobachtet. Die Energien der Gruppen sind wohl definiert, so daß nicht angenommen werden kann, daß bei dem Zerfall mehr als zwei Teile entstehen. Die Reichweite der Trümmer wächst proportional mit ihrer Energie an. Die Zahlenwerte für die einzelnen Gruppen sind in folgender Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

|                               | Gruppe I         | Gruppe II        |
|-------------------------------|------------------|------------------|
| Energie der Teilchen . . . .  | 74 MeV           | 52 MeV           |
| Masse der Teilchen . . . .    | 99               | 140              |
| Reichweite in Luft . . . .    | $1,8 \pm 0,2$ cm | $1,5 \pm 0,2$ cm |
| Energieverlust pro cm . . . . | 41 MeV           | 35 MeV           |
| Ladung der Teilchen . . . .   | 38               | 54               |

Nach dem derzeitigen Stand der Arbeiten von Hahn und Straßmann spalten die Ladungen wahrscheinlich in dem oben angegebenen Verhältnis 38 zu 54 auf. Dies ist dasselbe Verhältnis, wie es hier für die Aufspaltung der Massen gefunden wurde. Um den Neutronenüberschuß zu kompensieren, müssen die entstehenden Kerne etwa vier sukzessive  $\beta$ -Umwandlungen durchmachen. Eine genaue Angabe von Ladung und Masse der entstehenden Kerne ist zur Zeit noch nicht möglich. Die endgültige Entscheidung wird der Arbeit des Chemikers vorbehalten sein.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Berlin ausgeführt. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Überlassung von Mitteln.



(Mitteilung aus dem Laboratorium für Elektronenforschung der Telefunken-Gesellschaft.)

## Der Öffnungsfehler von elektrostatischen Rohrlinsen.

Von E. Gundert.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 30. März 1939.)

Eine Anordnung zur Messung des Öffnungsfehlers elektrostatischer Elektronenlinsen wird beschrieben und der Verlauf der Öffnungsfehlerkonstanten für die Rohrlinsen in Abhängigkeit vom Verhältnis der beiden Zylinderdurchmesser angegeben.

In der in Fig. 1 schematisch wiedergegebenen Anordnung wurde der Öffnungsfehler von Rohrlinsen mit verschiedenem Durchmesser Verhältnis

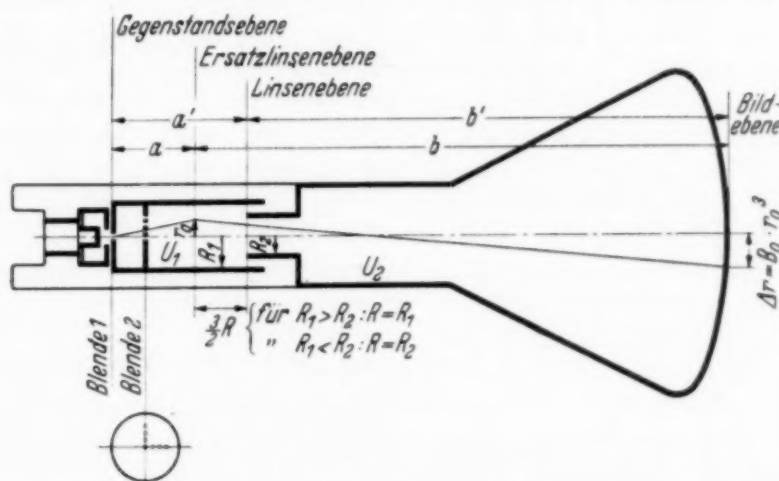


Fig. 1. Anordnung zur Messung des Öffnungsfehlers elektrostatischer Elektronenlinsen.

bei Verwendung als Beschleunigungslinse ( $U_2 > U_1$ ) gemessen. Hierzu wurden aus einem Strahlbündel, das aus einer in der Gegenstandsebene liegenden Blende 1 austritt, durch die Blende 2 mehrere schlanke Strahlen ausgeblendet. Die Blende 1 wird durch die Linse auf den Leuchtschirm abgebildet, wobei die achsnächsten Strahlen im Bildpunkt zusammentreffen, während sich aus den Abweichungen  $\Delta r$  der achsferneren Strahlen die Öffnungsfehlerkonstante  $B_0$  berechnen läßt. Es ist nämlich<sup>1)</sup>

$$\Delta r = B_0 \cdot r_0^3.$$

Hierbei ist  $r_0$  der durch die Lage des betreffenden Loches der Blende 2 gegebene Achsabstand des Strahles in der Ebene der Ersatzlinse, die um  $1,5 R$  aus der Linsenebene in das Gebiet niedrigeren Potentials verschoben angenommen wurde.  $R$  ist der Halbmesser der größeren der beiden Zylinderelektroden der Linse.

<sup>1)</sup> W. Glaser, ZS. f. Phys. **97**, 177, 1935; M. Born, Optik, Berlin 1933, S. 93.

Es ergab sich, daß die Öffnungsfehlerkonstante bei nicht zu kleiner Bildweite dieser nahezu proportional ist. Ist  $b > 10 R$ , so kann an Stelle von  $b$  auch  $b' = b - 1,5 R$  gesetzt werden; es kann also  $B_0/b'$  für verschiedene Bildweiten als konstant angenommen werden.  $B_0$  ist ferner bei geometrisch ähnlichen Umwandlungen proportional  $1/R^2$ ; das Produkt  $B_0 \cdot R^2$  ist also konstant. Da bei solchen Umwandlungen auch  $a'/R$  und

$b'/R$  konstant bleiben müssen, wurde die dimensionslose Größe  $\frac{B_0 \cdot R^3}{b'}$  be-

rechnet und für verschiedene Werte von  $a'/R$  in Abhängigkeit vom Verhältnis der Zylinderdurchmesser in Fig. 2 aufgetragen. Diese Kurven gelten also, abgesehen von der Einschränkung  $b > 10 R$ , für beliebige Bildweiten und Linsendurchmesser. Die in Fig. 2 eingetragenen Meßpunkte sind Mittelwerte aus den für verschiedene Bildweiten gefundenen Werten von  $B_0 R^3/b'$ ; für  $R_1/R_2 = 4$  wurde ebenfalls eine Messung ausgeführt, jedoch wegen der Größe des Öffnungsfehlers an dieser Stelle nicht mehr in Fig. 2 eingetragen. Die Streuung der Werte von  $B_0 R^3/b'$  für verschiedene Bildweiten beträgt etwa 20%. Insbesondere bei der Kurve für  $a'/R = 3$

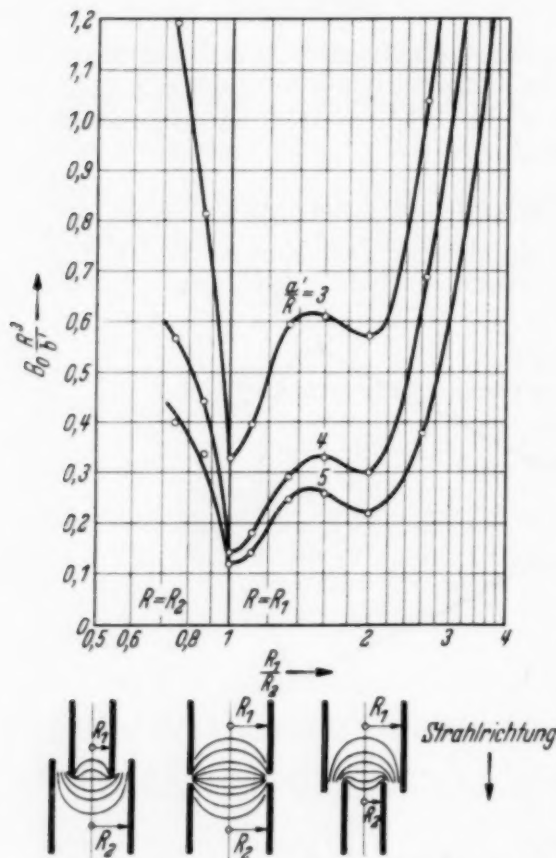


Fig. 2. Verlauf der Öffnungsfehlerkonstanten der elektrostatischen Rohrlinsen.

ergeben sich für verschiedene Bildweiten nicht dieselben Werte von  $B_0/b'$ ; die Kurve gilt am besten für  $b'/R \simeq 15$ . Für größere Bildweiten ergeben sich etwas größere Werte von  $B_0/b'$  und umgekehrt.

Die Kurven in Fig. 2 zeigen, daß der Öffnungsfehler bei vorgeschriebenem größtem Linsenhalbmesser ( $R$ ) am kleinsten wird, wenn die Durchmesser der beiden Zylinder gleich groß sind. Jede Verkleinerung eines der beiden Zylinderdurchmesser bewirkt eine Vergrößerung des Öffnungsfehlers, und zwar in stärkerem Maße bei Verkleinerung des ersten Zylinders ( $R_1 < R_2$ ), in geringerem Maße bei Verkleinerung des zweiten Zylinders ( $R_2 < R_1$ ).

[Mitteilung der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung  
(Osram-Konzern)].

## Über mehrere Arten von Quecksilber-Hochdrucksäulen.

Von R. Rompe und P. Schulz in Berlin.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 31. März 1939.)

Als ein Maß für die Breite der kontrahierten Hochdrucksäule wird die Halbwertsbreite der gemessenen Intensitätsverteilung quer zur Entladungsachse angegeben. Diese stimmt für Quecksilberhochdruckentladungen mit der Halbwertsbreite der wahren Intensitätsverteilung in ausreichendem Maße überein. Die Breite der Hg-Hochdrucksäule ist bei Drucken von etwa 20 at aufwärts und Leistungen größer als 500 Watt/cm unabhängig von der Leistung. Bei kleinen Drucken und Leistungen im Bereich von etwa 2 bis 15 at und 30 bis 80 Watt/cm ist die Breite proportional  $L^{1/2}$ . Das Verhalten wird im Falle des konstanten Radius durch das Vorhandensein einer stabilisierenden Konvektion gedeutet. Aus der Energiebilanz des Volumenelements ergibt sich die Elenbaas-Hellersche Differentialgleichung. Wird die Differentialgleichung gliedweise integriert, so kommt man zu meßbaren Mittelwertsgrößen. Mit diesen Mittelwertsgrößen erhalten wir ein vereinfachtes Modell der Hochdruckentladungen. Aus den Verknüpfungen dieser Größen zusammen mit den Nebenbedingungen  $R = \text{const}$  ( $R$  Kanalradius),  $W = \text{const}$  ( $W$  klassischer Wärmeleitungsanteil) erhalten wir im Falle des konstanten Radius eine vollständige Bestimmung der meßbaren Größen, die mit der Erfahrung in ausreichendem Maße übereinstimmt. Im zweiten Fall erhalten wir eine Beschreibung der Hochdrucksäule mit den Nebenbedingungen  $\delta G = 0$  ( $G$  Gradient) und  $\delta T = 0$  ( $T$  Temperatur). Hinsichtlich des Verhaltens der Kanalbreite kommt man mit diesen Annahmen zur Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Bezüglich der Abhängigkeit von Gradient und Strahlung von der Stromstärke treten kleine Abweichungen auf.

Für jede Entladung sind zwei Bestimmungsstücke experimentell als willkürlich variabel anzusehen: Stromstärke und Druck bzw. Dichte des Gases. Mit der Festlegung dieser beiden Größen ist bei vorgegebenen geometrischen Eigenschaften der Entladung (Elektrodenabstand, Rohrradius) diese eindeutig bestimmt. Sie besitzt eine Reihe von weiteren Bestimmungsgrößen, etwa Gradient oder Leistung pro cm, ferner die relative Beteiligung einzelner Energieformen an der Leistung, z. B. Anteile der abgestrahlten bzw. durch Wärmeleitung abgegebenen Leistung. Bei Niederdruckentladungen läßt sich der Gradient und damit die Leistung pro cm unmittelbar durch Sondenmessungen bestimmen. In Hochdruckentladungen versagt diese Methode aus mancherlei Gründen und man ist darauf angewiesen, den Gradienten aus Messungen der Gesamtspannung der Entladung bei verschiedenen Elektrodenabständen zu ermitteln, wobei die Spannungsabfälle an den Elektroden sich als ziemlich konstant und beispielsweise in

Quecksilberhochdruckentladungen zu etwa 15 Volt ergeben. Die Gesamtstrahlung, sofern sie von den Gefäßwänden durchgelassen wird, läßt sich unmittelbar messen. Ist die spektrale Zusammensetzung des Emissionsspektrums von der Art, daß nur vernachlässigbar wenig in den Wänden absorbiert wird, so kann man die Differenz von Leistung und Gesamtstrahlung als den durch Wärmeableitung der Säule verlorengehenden Anteil betrachten.

Eine Schwierigkeit bei der Diskussion der Hochdruckentladung bietet die räumliche Ausdehnung der Entladung. Während bei Niederdruckentladungen die Wand tatsächlich die geometrische und elektrische Begrenzung der Säule darstellt, ist ihre Rolle bei Hochdrucksäulen viel weniger definiert. In vielen Fällen kann sogar ihre unmittelbare Einwirkung auf die Entladung bestritten werden. Der Grund hierfür liegt im folgenden:

In einer Niederdruckentladung ist die Abnahme der Leitfähigkeit von der Achse der Entladung zur Wand im wesentlichen durch die ambipolare Diffusion an die Wand gegeben und in Abhängigkeit vom Rohrradius berechenbar. Die Abnahme der Leitfähigkeit zur Wand ist jedoch nur gering. In Hochdruckentladungen erstreckt sich die gut leitende Zone auf die unmittelbare Nachbarschaft der Entladungsachse. Außerhalb dieser Zone ist keine merkliche Leitfähigkeit vorhanden. Diese Erscheinung, die visuell als sichtbare Einschnürung der Entladung beobachtet wird, läßt sich zumindestens qualitativ deuten. Durch sie wird eine neue Größe, die Kanalbreite der Hochdruckentladung, eingeführt, die ein Maß sein soll für die Ausdehnung der leitenden Zone. Diese Größe läßt sich nicht unmittelbar aus elektrischen Messungen bestimmen. Man kann hingegen aus dem Abfall der Ausstrahlung auf eine räumliche Begrenzung des leitenden Kanals schließen und diese visuell oder photographisch ermittelte Größe als ein Maß für die Abmessung des leitenden Gebietes ansehen. Es ist selbstverständlich, daß eine solche Festsetzung nur näherungsweise gültig sein kann.

*Die „wirksame“ Kanalbreite der Hochdruckentladung.*

Zur näheren Diskussion der Größe der Kanalbreite greifen wir auf ein aus den Arbeiten von Mannkopf<sup>1)</sup> und Elenbaas<sup>2)</sup> entstandenes Modell zurück. Danach bildet sich bei Hochdruckentladungen, etwa bei Drucken  $> 1$  at und einer Leistung von über 20 Watt/cm eine Temperatur-

---

<sup>1)</sup> R. Mannkopf, ZS. f. Phys. **86**, 161, 1933. — <sup>2)</sup> W. Elenbaas, Physica **2**, 169, 1935.



verteilung aus, die ausgehend von der z. B. 500 bis 800<sup>0</sup> betragenden Wandtemperatur nach der Mitte der Entladung bis auf etwa 6000 bis 8000<sup>0</sup> ansteigt. Diese Temperaturverteilung bewirkt eine entsprechende reziproke Dichteverteilung. Man kann nach Engel und Steenbeck<sup>1)</sup> z. B. die Maximaltemperatur aus der Messung der Dichte in der Achse der Entladung berechnen. Wie Hörmann<sup>2)</sup> gezeigt hat, kann man den Temperaturabfall optisch aus dem Intensitätsverlauf von wenig reabsorbierten Linien quer zur Säule berechnen. Dieser Berechnung ist die Annahme eines lokal vollständigen thermischen Gleichgewichts in der Entladung zugrunde gelegt, so daß die Ausstrahlung eines Volumenelements durch die Formel:

$$S = N g_v A_v e^{-\frac{e V_v}{k T}} h \nu \quad (1)$$

dargestellt werden kann.  $N$  ist die Zahl der Atome pro cm<sup>3</sup>,  $A_v$  die Übergangswahrscheinlichkeit,  $V_v$  die Anregungsspannung,  $g_v$  das Gewichtsverhältnis,  $\nu$  die Frequenz der Linie. Unter der Annahme des lokalen thermischen Gleichgewichts läßt sich auch die Leitfähigkeit berechnen, und zwar ist die Leitfähigkeit:

$$\sigma = n_e b_e \cdot e, \quad (2)$$

wobei sich  $n_e$ , die Zahl der Elektronen pro cm<sup>3</sup>, aus der Saha-Formel und die Elektronenbeweglichkeit  $b_e$  aus der Langevinschen Formel ergeben. Die Resultate stehen in befriedigender Übereinstimmung mit der Erfahrung, so daß in Hochdrucksäulen die Annahme des lokalen thermischen Gleichgewichts berechtigt ist. Die Untersuchungen von Elenbaas<sup>3)</sup> zeigten, daß man die Leitfähigkeit in Hochdrucksäulen durch die Angabe einer „wirksamen“ Temperatur beschreiben kann. Dieses Ergebnis ist deshalb von Bedeutung, als damit unter gewissen Annahmen über das Verhalten der Kanalbreite eine Berechnung der Ausstrahlung von Hochdrucksäulen möglich geworden ist.

Bei der Festlegung der Größe der Kanalbreite durch optische Messungen wird zweckmäßigerweise auf die Intensitätsverteilung der Gesamtstrahlung quer zur Bogenachse zurückgegriffen, etwa die Halbwertsbreite verwendet (s. Fig. 1). Man erhält auf diese Weise eine über das Spektrum gemittelte optische Kanalbreite, da nach Gleichung (1) der Intensitätsabfall von der Anregungsspannung des Ausgangsterms der Emission abhängt. Da Mes-

<sup>1)</sup> A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen, Bd. 2, Berlin 1934. — <sup>2)</sup> H. Hörmann, ZS. f. Phys. **97**, 552, 1935. — <sup>3)</sup> W. Elenbaas, Physica **1**, 673, 1934; **2**, 164, 757, 787, 1935; **4**, 413, 1937; **5**, 568, 1938.

sungen der Abhängigkeit der Intensität von der Entfernung von der Achse der Entladung stets eine Mittelung über eine Temperaturverteilung in einer parallel zur Achse durchgehenden Ebene darstellen, muß die gemessene Intensitätsverteilung mittels der Abelschen Integralgleichung auf wahre Intensitätsverteilung quer zum Kanaldurchmesser umgerechnet werden<sup>1)</sup>. Dieses Verfahren ist nur dann durchzuführen, wenn die Reabsorption vernachlässigbar ist. Dieses ist in Hg-Höchstdruckentladungen für die Gesamtstrahlung weitgehend der Fall. In Fig. 1 ist eine gemessene Intensitätsverteilung für eine Entladung angeführt, in Fig. 2 die auf wahre Intensitäts-

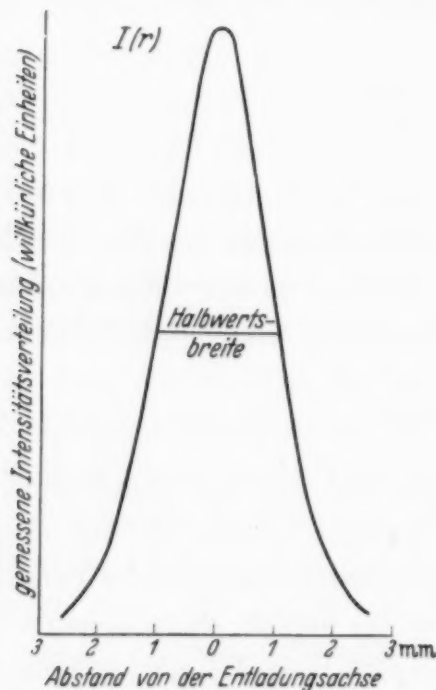


Fig. 1. Gemessene Intensitätsverteilung der Strahlung in einer kugelförmigen Quecksilberhöchstdrucklampe (Hg-B). Stromstärke 12 Amp., Spannung 73,5 V, Elektrodenabstand 4,5 mm.

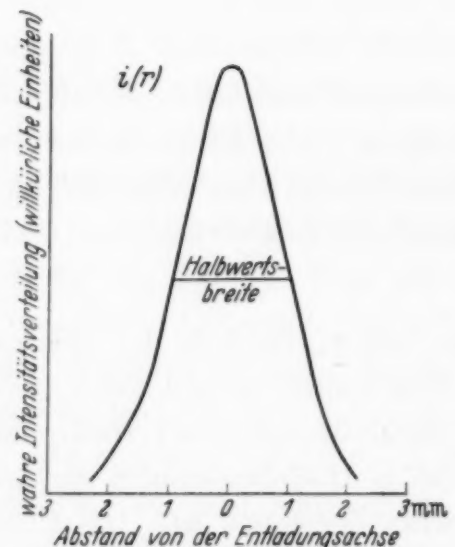


Fig. 2. Wahre Intensitätsverteilung nach der gemessenen Intensitätsverteilung in Fig. 1 berechnet.

verteilung umgerechnete. Die Halbwertsbreiten sind eingezeichnet und ergeben, daß zum mindesten in den von uns untersuchten Fällen die gemessene und die wahre Halbwertsbreite praktisch gleich sind.

Untersucht man die Abhängigkeit der Kanalbreite der Quecksilberentladung von den Parametern der Entladung, so zeigt es sich, daß in verschiedenen Bereichen von Dichte  $N$  und Leistung  $L$  sich zwei wohlunterschiedene Arten des Verhaltens finden. Wie aus den Elenbaasschen Arbeiten über Hg-Hochdruckentladungen in zylindrischen Röhren indirekt

<sup>1)</sup> Vgl. H. Hörmann, l. c.

gefolgert werden kann<sup>1)</sup>, ist die Kanalbreite als nur abhängig von dem Innendurchmesser des Rohres, also nicht von  $J$  und  $p$  anzusehen. Rompe und Thouret<sup>2)</sup> haben an kugelförmigen Hg-Höchstdrucklampen (Hg-B-Lampen) im Druckbereich von 5 bis 60 at und Stromstärken von 4 bis 12 Amp., entsprechend Leistungen von 500 bis 2200 Watt/cm, näherungsweise eine Unabhängigkeit der Kanalbreite von Leistung und Druck beobachtet. Andererseits ist von Kern und Schulz<sup>3)</sup> festgestellt worden, daß im Bereich kleinerer Drücke und Stromstärken in Hg-Entladungen in zylindrischen Rohren eine starke Abhängigkeit der Kanalbreiten von der aufgenommenen Leistung existiert, nämlich mit  $\sqrt{L}$ .

Tabelle 1. Halbwertsbreite der Intensitätsverteilung quer zum Entladungsbogen in einer kugelförmigen Quecksilberhöchstdrucklampe (Hg B) in Abhängigkeit von der Stromstärke (Kugeldurchmesser 30 mm, Elektrodenabstand 4,5 mm).

| Amp. | Volt | Gemessene Halbwertsbreite mm | Halbwertsbreite der wahren Intensitätsverteilung |
|------|------|------------------------------|--|
| 6    | 73,5 | 1,80                         | 1,95   |
| 8    | 76,8 | 1,89                         |  |
| 10   | 80,5 | 1,90                         |  |
| 12   | 82,5 | 2,06                         | 2,0  |

Wir haben nun sowohl an Hg-B-Lampen wie an wassergekühlten Kapillarlampen die Abhängigkeit der Kanalbreite nachgeprüft. Das Ergebnis ist in Tabelle 1 und 2 dargestellt. Es zeigt sich, daß in beiden Fällen, bei denen die Leistungen pro cm etwa in derselben Größenordnung waren, etwa 1000 Watt/cm, eine die Fehlergrenze wesentlich übersteigende Abhängigkeit der Kanalbreite von der Stromstärke nicht vorhanden war.

Tabelle 2. Halbwertsbreite der Intensitätsverteilung quer zum Entladungsbogen in einer wassergekühlten Kapillarlampe in Abhängigkeit von der Stromstärke (Elektrodenabstand 21,5 mm, Innendurchmesser der Kapillare 2 mm).

| Amp. | Volt | Gemessene Halbwertsbreite mm |
|------|------|------------------------------|
| 1,25 | 640  | 0,78                         |
| 1,4  | 660  | 0,80                         |
| 1,92 | 696  | 0,78                         |

<sup>1)</sup> Vgl. W. Uyterhoeven, Elektrische Gasentladungen, S. 285. Berlin 1938, vgl. aber auch W. Elenbaas, Physica 5, 568, 1938. — <sup>2)</sup> R. Rompe u. W. Thouret, ZS. f. techn. Phys. 17, 377, 1936. — <sup>3)</sup> J. Kern u. P. Schulz, ZS. f. Phys. 111, 464, 1939.

Dies gilt nicht nur für die direkt gemessene Intensitätsverteilung, sondern auch für die hieraus bestimmte wahre Intensitätsverteilung, deren Halbwertsbreiten in der 4. Spalte der Tabelle 1 eingetragen sind.

*Die Leistungsbilanz des Volumenelements der Hochdruckentladung.*

Zur Diskussion dieser Ergebnisse bedürfen wir einer Verknüpfung der Kanalbreite  $R_0$  mit den übrigen die Entladung bestimmenden Größen. Wir greifen dabei auf die von Elenbaas und Heller<sup>1)</sup> aufgestellte Differentialgleichung einer Hochdruckentladung zurück. Trotzdem in jüngster Zeit Zweifel an der *strengen* Richtigkeit der E. H.-Differentialgleichung aufgetreten sind<sup>2)</sup>, dürfte wohl an der näherungsweisen Berechtigung dieser Differentialgleichung nicht zu zweifeln sein.

Bei der Beschreibung der stationären, lokal im thermischen Gleichgewicht befindlichen Hochdrucksäule wird angenommen, daß sich die nach außen hin abgeführte Leistung in zwei wesensverschiedene Bestandteile aufteilen läßt; den Transport kinetischer Energie (Wärmeleitung) und die Ausstrahlung. Betrachten wir eine Säule mit Zylindersymmetrie, so wird ein ringförmiges Volumenelement in einem Abstand  $r$  von der Zylinderachse von einem Wärmestrom durchsetzt, dessen Betrag gegeben ist durch:  $2\pi r \sigma \text{ grad}_r T$ , wenn  $\sigma$  der Wärmeleitungskoeffizient und  $T$  die Temperatur an der Stelle  $r$  ist. Falls im Volumenelement selbst Wärme erzeugt wird, ist die nach außen abfließende Wärme gegeben durch:

$$\frac{d}{dr} \left( 2\pi \sigma r \frac{dT}{dr} \right) dr. \quad (3)$$

Der Wärmeleitungskoeffizient  $\sigma(T)$  ist, solange nur kinetische Energie transportiert wird, dichteunabhängig und geht mit  $T^{1/2}$ . Sobald die Wärmeleitung weitere Energieformen umfaßt, d. h. sobald bei höheren Temperaturen der Einfluß der Ionisation, Dissoziation und Anregung des Gases sich bemerkbar macht<sup>3)</sup>, wird  $\sigma(T)$  dichteabhängig und erhält auch eine kompliziertere Abhängigkeit von der Temperatur. Dieser Fall kann für unsere Quecksilberhochdruckentladung schon von Bedeutung werden. Wir wollen uns jedoch in dieser Arbeit auf die Annahme einer nur translatorischen Wärmeleitung beschränken und die Berücksichtigung der übrigen Wärmeleitungsmöglichkeiten ausführlich in einer folgenden Arbeit<sup>4)</sup> diskutieren.

<sup>1)</sup> G. Heller, *Physics* **6**, 389, 1935. — <sup>2)</sup> M. Steenbeck, erscheint demnächst. — <sup>3)</sup> K. H. Riewe u. R. Rompe, *ZS. f. Phys.* **105**, 478, 1937. — <sup>4)</sup> R. Rompe u. P. Schulz, *ZS. f. Phys.* **113**, 10, 1939. Im folgenden mit II bezeichnet.



Für die Strahlung müssen von vornherein zwei Fälle unterschieden werden. Ist der Absorptionskoeffizient klein, so ist die Ausstrahlung im betrachteten Volumenelement unabhängig von der Nachbarschaft und einfach eine Funktion von  $T$ , der Größe des Volumenelements und der Gasdichte. Wir können den Strahlungsanteil also schreiben:

$$2\pi r dr F(T), \quad (4)$$

wobei die Dichteabhängigkeit in  $F(T)$  enthalten sein soll. Die Abhängigkeit der Ausstrahlung  $F(T)$  von der Temperatur ist für kleine Absorptionskoeffizienten gegeben durch:

$$F(T) = \int \alpha_\nu \cdot N \cdot W P(\nu, T) d\nu, \quad (5)$$

wobei  $\alpha_\nu$  der Absorptionskoeffizient pro Atom bei der Frequenz  $\nu$ ,  $N$  die Gesamtzahl der Atome,  $W P(T)$  das Wien-Plancksche Gesetz ist. Für die hier in Frage kommenden Temperaturen unter  $10000^\circ$  abs. können wir, ohne etwa im sichtbaren Teil des Spektrums einen größeren Fehler als 10% zu begehen, den Einfluß der negativen Absorption vernachlässigen, und das Wiensche Gesetz anwenden. Es ist für unsere Zwecke bequemer, (5) für den Spezialfall eines diskreten Spektrums umzuformen und zu schreiben:

$$F(T) = \sum N A_\nu g_\nu e^{-\frac{e V_\nu}{k T}} \cdot h \nu = N \sum \tilde{F}_\nu(T), \quad (6)$$

wobei  $N$  die Zahl der Atome,  $A_\nu$  die Übergangswahrscheinlichkeit,  $g_\nu$  das Gewichtsverhältnis,  $V_\nu$  die Anregungsspannung der Linie sind. In Fällen, wo die Emission von energetisch benachbarten Niveaus ausgeht, kann man näherungsweise an Stelle von Gleichung (6) schreiben:

$$F(T) = N \cdot C e^{-\frac{e \bar{V}_A}{k T}}, \quad C = \text{const}, \quad (6a)$$

wobei  $\bar{V}_A$  eine mittlere Anregungsspannung der Emission ist<sup>1)</sup>. Dieses läßt sich z. B. für Hg-Hochdruckentladungen durchführen.

Ist hingegen der Absorptionskoeffizient groß, hat man also „Strahlungsdiffusion“, so ist die Ausstrahlung des betreffenden Volumenelements wiederum gegeben durch einen Ansatz nach (3), wobei ein „Wärmeleitungskoeffizient“ für die Strahlung  $\Sigma(T)$  eingeführt werden kann.

Der Wärmeleitungskoeffizient  $\Sigma(T)$  für die Strahlung, der in  $\sigma(T)$  nicht enthalten ist, da hier nur der durch Partikeldiffusion bewirkte Effekt berücksichtigt wird, läßt sich grundsätzlich in ähnlicher Weise ausrechnen und besitzt ebenfalls Dichte- und Temperaturabhängigkeit. Wir wollen auf diese Möglichkeit in der folgenden Arbeit II etwas näher eingehen.

<sup>1)</sup> W. Elenbaas, l. c.

Die abgeführte Leistung muß im stationären Fall durch die erzeugte im Gleichgewicht gehalten werden; diese wird unter der Voraussetzung eines über den ganzen Querschnitt der Säule konstanten Gradienten  $G$  angesetzt zu:

$$2\pi r dr i(r) G. \quad (7)$$

Ersetzt man die Stromdichte  $i(r)$  durch  $i = n_e b_e e G$ , so erhält man:

$$2\pi r dr n_e b_e e G^2 = 2\pi r dr S(T) G^2, \quad (8)$$

wobei in der Funktion  $S(T) = e n_e b_e$  die Elektronenkonzentration  $n_e$  durch die Saha-Gleichung:

$$n_e = C N^{1/2} T^{3/4} e^{-\frac{e V_i}{2kT}} \quad (9)$$

wiedergegeben wird. Berücksichtigt man ferner die Elektronenbeweglichkeit nach Langevin mit  $b_e \sim N^{-1} T^{-1/2}$ , so erhält man für  $S(T)$  die Form:

$$S(T) = C \cdot N^{-1/2} \cdot T^{1/4} e^{-\frac{e V_i}{2kT}} = N^{-1/2} \cdot \tilde{S}(T) \quad (10)$$

wobei  $C$  eine Konstante und  $V_i$  die Ionisierungsspannung bedeuten.

Die Leistungsbilanz des Volumenelements der Hochdrucksäule ist demnach gegeben durch:

$$\frac{d}{dr} \left( 2\pi \sigma(T) r \frac{dT}{dr} \right) + 2\pi r F(T) = 2\pi r G^2 S(T) \quad (11)$$

für den Fall kleiner Absorptionskoeffizienten, und

$$\frac{d}{dr} \left\{ (2\pi \sigma(T) + \Sigma(T)) r \frac{dT}{dr} \right\} = 2\pi r G^2 S(T) \quad (12)$$

für große Absorptionskoeffizienten.

Unter der Annahme, daß  $\sigma(T)$  die klassische Form besitzt, die dichteunabhängig ist, und  $F(T)$  durch (6) und  $S(T)$  durch (10) gegeben ist, können wir dann für die Differentialgleichung (11) auch schreiben:

$$\frac{d}{dr} \left\{ r \sigma(T) \frac{dT}{dr} \right\} + r N \Sigma \tilde{F}_r(T) = r G^2 N^{-1/2} \tilde{S}(T). \quad (13)$$

Da bei der experimentellen Untersuchung allgemein  $p = \text{const}$  ist und  $N$  deshalb mit  $r$  variiert, kann man  $N$  durch  $p$  ersetzen

$$\frac{d}{dr} \left\{ r \sigma(T) \frac{dT}{dr} \right\} + p r \Sigma F'_r(T) = G^2 r p^{-1/2} S'(T) \quad (14)$$

wobei  $F'_r(T)$  und  $S'(T)$  die entsprechend geänderten Funktionen  $\tilde{F}(T)$  und  $\tilde{S}(T)$  sind.

Die von Elenbaas und Heller aufgestellte Differentialgleichung ist im wesentlichen mit (11) bzw. (14) identisch, nur wird eine andere Schreibweise für die Konstante auf der rechten Seite gewählt, mit Rücksicht auf die spezielle Anwendung auf die Hg-Hochdruckentladung in zylindrischen Rohren. Die Untersuchungen an fertigen, abgeschmolzenen Hg-Röhren bringen den Verzicht auf eine explizite Druckbestimmung mit sich; genau meßbar ist hingegen der Innenradius  $r_0$  der Röhren sowie die im Betrieb restlos verdampfende je cm eingewogene Quecksilbermenge  $m$  in mg pro cm<sup>3</sup>. Die beim vollständigen Verdampfen des Quecksilbers entstehende Dichte ist proportional  $m/r_0^2$ . Führt man nun noch  $x = r/r_0$  in (14) ein, so erhält man:

$$\frac{d}{dx} \left( \sigma(T) x \frac{dT}{dx} \right) + x m \sum_v F_v(T) = G^2 \frac{r_0^3}{m^{1/2}} x S(T). \quad (15)$$

Aus der Ableitung der Gleichung (14) bzw. (15) ersieht man, daß diese für sämtliche Hochdrucksäulen gilt, bei welchen die oben angeführte Aufteilung der abfließenden Leistung in einen dichteunabhängigen Wärmeleitungsanteil und einen der Dichte proportionalen Strahlungsanteil möglich ist. Ferner ist auch angenommen, daß sich thermisches Gleichgewicht einstellt, so daß überhaupt die Funktionen  $S(T)$ ,  $F(T)$  angegeben werden können.

Die Annahme einer Dichteproportionalität der Ausstrahlung ist für Hochdruckentladungen durchaus nicht selbstverständlich. Es sind vielmehr eine Reihe von Faktoren, deren Zusammenwirken erst die Anwendbarkeit eines Strahlungsgesetzes nach (6) ermöglicht. Als erstes ist hier der Umstand anzuführen, daß diejenigen Linien des Spektrums, die eine nennenswerte Reabsorption erleiden, d. h. besonders die Resonanzlinien, auch einer starken „Selbstumkehr“ in den kälteren Außenzonen der Entladung ausgesetzt sind, so daß sie von vornherein in der Leistungsbilanz nicht in Erscheinung treten. Die auf höhere Terme führenden Linien erfahren eine nur geringfügige Absorption, weil die Reabsorption außer wegen der geringen Anzahl von reabsorptionsfähigen Teilchen klein ist wegen der bei den hohen Atom- und Elektronendichten überaus starken Verbreiterung der Linien<sup>1)</sup>.

Ferner ist bei höheren Drucken bei vielen Gasen ein kontinuierlicher Untergrund<sup>2)</sup> zu beobachten, dessen Reabsorption sehr klein ist. Die

<sup>1)</sup> R. Rompe u. P. Schulz, ZS. f. Phys. **108**, 654, 1938; **110**, 223, 1938; P. Schulz, ZS. f. techn. Phys. **19**, 585, 1938; Phys. ZS. **39**, 899, 1938. —

<sup>2)</sup> W. Elenbaas, Physica **3**, 859, 1936; A. Unsöld, Ann. d. Phys. **33**, 607, 1938; F. Rössler, ZS. f. Phys. **112**, 667, 1939; R. Rompe, P. Schulz u. W. Thouret, ebenda **112**, 369, 1939.

Intensität dieses Untergrundes ist beträchtlich, sie ist z. B. für Hg bei etwa 1000 Watt/cm spez. Leistung im Sichtbaren 0,6, wenn die der Linien = 1 gesetzt wird. Es ist jedoch durchaus möglich, daß die hierdurch z. B. für Hg sichergestellte schwach reabsorbierte Gesamtstrahlung bei anderen Gasen oder Druckbereichen, bei welchen etwa die Verbreiterung der Linien nicht sehr groß ist, nicht anzunehmen ist.

*Die Leistungsbilanz der Hg-Hochdruckentladung.*

Nehmen wir den Temperaturverlauf  $T(r)$  als gegeben an, so können wir die Elenbaas-Hellersche Differentialgleichung gliedweise integrieren. Wir erhalten dann die Leistungsbilanz der Entladung (auf den cm bezogen) zu:

$$\pi R_0^2 G^2 S(T_0) = \pi R_0^2 F(T_0) + 2\pi R_0 \sigma(T) \overline{\Delta T_0}, \quad (16)$$

wobei die Bedeutung der Mittelwertsgrößen  $R_0$ ,  $T_0$  und  $\overline{\Delta T_0}$  aus folgenden drei Gleichungen hervorgeht:

$$\left. \begin{aligned} \pi R_0^2 G^2 S(T_0) &= \int_0^\infty 2\pi r G^2 S(T) dr, \\ \pi R_0^2 F(T_0) &= \int_0^\infty 2\pi r F(T) dr, \\ 2\pi R_0 \sigma(T) \overline{\Delta T_0} &= \int_0^\infty \frac{d}{dr} \left( 2\pi \sigma(T) r \frac{dT}{dr} \right) dr. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Brennt die Entladung in einem Gefäß, so ist die Integration über  $r$  bis zur Wand zu erstrecken. Wir haben damit eine Gleichung gewonnen, deren einzelne Glieder sich experimentell direkt messen lassen, denn es ist:  $\pi R_0^2 G^2 S(T_0) = L$ , wo  $L$  die Leistung pro cm,  $\pi R_0^2 F(T_0) = \Xi$  die Gesamtstrahlung und  $2\pi R_0 \sigma \overline{\Delta T_0} = W$  die als Wärme abgeleitete Leistung bedeuten. Da sich  $L$  und  $\Xi$  direkt messen lassen, kann auch  $W$  bestimmt werden, wie bereits oben gesagt wurde. Durch die Integration der Differentialgleichung und die Einführung der Größen  $R_0$ ,  $T_0$ ,  $\overline{\Delta T_0}$  haben wir die tatsächlich vorliegende Entladung mit stetigem Temperaturabfall nach außen ersetzt durch folgendes Modell:

Die Entladung besitzt innerhalb eines Kanalaradius  $R_0$  die Temperatur  $T_0$ . Der die Wärmeleitung bestimmende Temperaturgradient am Rande des Entladungskanals ist hierbei  $\overline{\Delta T_0}$ . Da wir (s. S. 699) die Annahme einer unreabsorbierten Ausstrahlung gemacht haben, können wir für unser Entladungsmodell ein experimentelles Verfahren zur Bestimmung von  $R_0$



angeben. Es ist, wie leicht zu zeigen ist, das Verhältnis der maximalen Leuchtdichte zur Lichtstärke für einen auf gleichmäßiger Temperatur befindlichen Gaskanal gerade:

$$\frac{B}{S} = \frac{\pi}{R_0}. \quad (18)$$

Die früher von Rompe und Thouret (l. c.) ausgeführten Bestimmungen der Kanalbreite gehen auf dieses Verfahren zurück. Die Resultate dieser Messungen stimmen absolut mit den von uns ermittelten Werten überein. Aus dieser Übereinstimmung kann man folgern, daß die Mittelwertsgleichung (16) geeignet ist, das Verhalten der Entladung richtig wiederzugeben.

Da wir die Entladung durch die Größe  $J$  (Stromstärke) darstellen wollen, spalten wir durch Einführung von  $L = JG$  die Gleichung (16) auf in:

$$JG = \pi R_0^2 F(T_0) + 2\pi R_0 \overline{\Delta T_0} \sigma(T_0), \quad (19)$$

$$J = \pi R_0^2 S(T_0) \cdot G \quad (20)$$

und versuchen die Größen  $R_0$ ,  $T_0$ ,  $\overline{\Delta T_0}$  und  $G$  als Funktionen von  $J$  darzustellen. Ebenso wollen wir durch Einführung der Druckabhängigkeit von  $F(T_0)$ ,  $\sigma(T_0)$ ,  $S(T_0)$  dieselben Größen für konstantes  $J$  und variables  $p$  berechnen. Da wir für die vier Unbekannten  $R_0$ ,  $T_0$ ,  $\overline{\Delta T_0}$ ,  $G$  ( $J$  und  $p$  nehmen wir als willkürlich vorgegeben) nur zwei Gleichungen besitzen, benötigen wir noch zwei weitere Verknüpfungen dieser vier Größen. Man kann annehmen, daß eine große Zahl derartiger Nebenbedingungen existiert, die jeweils einer bestimmten in der Natur realisierten Entladungsart entsprechen.

1. Wie wir festgestellt haben, gibt es Entladungen mit konstanter Kanalbreite. Wir führen dieses Verhalten auf die Wirkung einer stabilisierenden Konvektionsströmung zurück, durch welche mechanisch die Ausdehnung des leitenden Kanals beschränkt wird. Eine starke Stütze für unsere Auffassung sind die Versuche von Steenbeck<sup>1)</sup>, durch welche gezeigt wurde, daß bei Verhinderung der Ausbildung der Konvektion die Breite des Kanals mit der Stromstärke ansteigt. Wir nehmen also als erste Nebenbedingung für unsere Gleichungen (19) und (20)  $R_0 = \text{const.}$

Des weiteren wollen wir annehmen, daß  $\sigma(T)$  die klassische Wärmeleitfähigkeit ist und setzen dann gemäß den Ergebnissen von Elenbaas:

$$2\pi R_0 \overline{\Delta T_0} \sigma(T_0) = W = \text{const.}$$

<sup>1)</sup> M. Steenbeck, ZS. f. techn. Phys. 18, 543, 1937.

Mit diesen beiden Nebenbedingungen können wir  $T_0$ ,  $G$  als Funktionen von  $R_0$ ,  $J$  und  $p$  ausrechnen und erhalten damit aus den Gleichungen (6a) und (19)

$$k T_0 = \frac{e \bar{V}_A}{\ln \pi R_0^2 e - \ln (L - W)}. \quad (21)$$

Für den Gradienten erhält man:

$$G = c \frac{L^{1/2}}{(L - W)^{1/4} \bar{V}_A} \cdot N^{\frac{\bar{V}_A - V_i}{4 \bar{V}_A}} R_0^{\left(\frac{V_i}{2 \bar{V}_A} - 1\right)} \quad (c = \text{const}), \quad (22)$$

ist  $L \gg W$ , so erhält man

$$G \sim J^{\frac{2 \bar{V}_A - V_i}{2 \bar{V}_A + V_i}}. \quad (23)$$

Für Hg-Hochdruckentladungen ist  $\bar{V}_A \sim 8$  Volt,  $V_i \sim 9,5$  Volt, so daß der Exponent von  $J$  etwa  $1/4$  beträgt. Derartige Entladungen haben also, wie auch experimentell bestätigt wurde<sup>1)</sup>, eine positive Kennlinie.

2. Für die zweite Art der Hochdruckentladung darf naturgemäß  $R_0 = \text{const}$  nicht mehr angenommen werden. Es ist also offensichtlich eine stabilisierende Wirkung der Konvektion bei so niedrigen Drucken nicht mehr vorhanden. Unsere Nebenbedingungen für diesen Fall müssen also den Charakter von Stabilitätsbedingungen haben und wir nehmen als solche das Steenbecksche Minimumprinzip<sup>2)</sup> für den Gradienten:

$$\delta G = 0.$$

Da aus diesem nicht genügend Bedingungsgleichungen hergeleitet werden können wegen der Nichtunabhängigkeit der Größen  $R_0$ ,  $T_0$ ,  $\bar{\Delta T}_0$ , brauchen wir noch eine zweite Nebenbedingung. Wir nehmen als solche:

$$\delta T = 0,$$

ohne hier eine thermodynamische Begründung dieser Annahme geben zu wollen. Wir erhalten damit:

$$\begin{aligned} R_0 &= a \cdot J^{1/2}, \\ \bar{\Delta T}_0 &= a' \cdot J^{1/2}, \\ W &= 2 \pi \sigma R_0 \bar{\Delta T}_0 = b J, \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> R. Rompe u. W. Thouret, ZS. f. techn. Phys. **19**, 352, 1938. —

<sup>2)</sup> M. Steenbeck, Phys. ZS. **33**, 809, 1932.

wo  $a$ ,  $a'$ ,  $b$  Konstanten sind. Für den Gradienten ergibt sich:

$$\frac{G^{1/2}}{V_i} = a N^{\frac{V_A + V_i}{4 V_A}}$$

$$(G - b)^{\frac{V_A}{4 V_A}}$$

oder für  $G \gg b$  ( $L \gg W$ )

$$G = a \cdot N^{\frac{V_A + V_i}{2 V_A - V_i}}$$

Die so beschriebene Entladung besitzt hinsichtlich der Abhängigkeit der Kanalbreite  $R_0$  von der Stromstärke das gleiche Verhalten wie die durch Kern und Schulz (l. c.) untersuchten Entladungen. Als Beispiel bringen

Tabelle 3. Halbwertsbreiten der Intensitätsverteilung quer zum Entladungsbogen in einer Quecksilberhochdruckentladung [Rohrdurchmesser (innen) 10 mm, Elektrodenabstand 40 mm, Gradient 30 Volt/cm] in Abhängigkeit von der Leistung. (Bei Berechnung der Leistung/cm in der positiven Säule sind Kathoden- und Anodenfall zusammen mit 15 Volt berücksichtigt worden.)

| Leistung<br>cm<br>in der positiven Säule<br>Watt | Gemessene<br>Halbwertsbreite<br>mm | Halbwertsbreite<br>der wahren<br>Intensitätsverteilung<br>mm |
|--|------------------------------------|--|
| 35,7   | 2,47                               | 2,45   |
| 53,6   | 2,88                               |  |
| 71,4   | 3,39                               | 3,32   |

wir die Tabelle 3, aus welcher hervorgeht, daß  $R_0 \sim L^{1/2}$  ist. In dem berechneten Modell ist  $G = G(T_0)$  unabhängig von  $J$ . Bei konstantem Druck ist  $R_0$  also auch proportional  $L^{1/2}$ . Die Beziehung  $G = \text{const}$  bei konstantem Druck ist allerdings bei den untersuchten Quecksilberentladungen nur näherungsweise erfüllt. Es existiert ein geringer, aber durchaus reeller Anstieg von  $G$  mit  $J$ . Ebenso wird der Gang der Ausstrahlung mit der Leistung nicht genau wiedergegeben. Statt des nach unserem Modell zu erwartenden proportionalen Anstiegs erhält man einen etwas stärker als proportionalen Anstieg<sup>1)</sup>. Wir möchten daraus den Schluß ziehen, daß unser Modell zum mindesten für den Fall 2 noch unvollständig ist. In welcher Weise die Beseitigung dieser Unvollständigkeit und damit der oben angeführten Unstimmigkeiten auszuführen ist, wird in der folgenden Arbeit II gezeigt werden.

<sup>1)</sup> J. Kern u. P. Schulz, ZS. f. techn. Phys. 20, 148, 1939.

## Mikroskopische Beobachtungen an Gittern mit Teilungsfehlern.

Von H. Siedentopf in Jena.

Mit 19 Abbildungen. (Eingegangen am 31. März 1939.)

Mikroskopische Messungen ergeben in der Nähe der Grenze des Auflösungsvermögens je nach den optischen Bedingungen sehr voneinander abweichende Werte, die am Beispiel eines Strichgitters durch zahlreiche Mikrophotographien und genaue Messungen mit dem Meßmikroskop belegt werden. Noch ungünstiger fallen hier an biologischen Objekten, wie z. B. Diplokokken und Diatomeen die Messungen aus. Dies bietet Gelegenheit, Mißverständnisse über die Grenze des Auflösungsvermögens, die der Abbeschen Lehre der Bildentstehung auf Grund unrichtiger Deutungen entgegengebracht werden, richtigzustellen. Der besondere Einfluß von Randbeugung auf diese Unvollkommenheiten, der sich in ganz veränderter Strichlage des Gitters, ferner als Verschiebung der Grenze des Auflösungsvermögens und auch als deren Verundeutlichung geltend macht, wird an vielen Mikrophotographien herausgestellt.

Bei Gittern sind im Objektbilde in der Nähe der sogenannten Grenze des Auflösungsvermögens diejenigen Erscheinungen besonders zu beachten, welche mit dem Objekt nicht mehr konform sind und deshalb eine scharfe Abgrenzung des Auflösungsvermögens erschweren. Sie sind hauptsächlich da lokalisiert, wo die Gitterkonstante *Abweichungen* vom Nachbarwert zeigt, also vornehmlich am Rande des Gitters, weshalb man sie als „Randbeugung“ bezeichnen kann; diese zeigt sich am stärksten, wenn das „Gitter“ aus nur zwei Strichen besteht. Aber auch im Innern der Teilung gibt jede solche Abweichung erneut Veranlassung zu Intensitätsschwankungen, die nach Grad und Lage der Maxima nicht mehr zum Gitter konform sind und auffällige Verschiebungen gegen die objektgetreue Lage der Gitterstriche zeigen.

Zur Untersuchung solcher Erscheinungen und ihrer Einwirkung auf die mikroskopische Auflösung des Gitters wurde ein einfaches Glasgitter verwendet, das 15 Striche besaß, die in die versilberte Schicht mit im Mittel  $15,8 \mu$  Gitterkonstante gezogen waren. Dicht darunter befand sich ein Doppelstrich mit  $14,7 \mu$  Gitterkonstante (Summe aus der Breite eines Striches plus Zwischenraum bis zum nächsten), um im gleichen Gesichtsfeld das Verhalten eines Gitters von 15 Strichen mit dem von 2 Strichen zu vergleichen. Die mikrophotographische Wiedergabe bei *hundertfacher* Vergrößerung in Fig. 1a ist bei *enger* gerader Hellfeldbeleuchtung aufgenommen unter Mitwirkung der Beugungsspektren von  $-4.$  bis  $+4.$  Ordnung.



Man erkennt beim genauen Betrachten, daß das erste Intervall von links eine etwas kleinere Gitterkonstante hat als die übrigen, die sich zu  $14,5 \mu$  bestimmte. Diese absichtlich eingeführte Abweichung wird aber

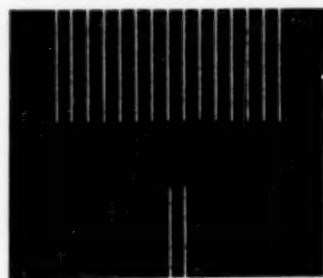


Fig. 1a. Strichgitter zu 15 und 2 Strichen in enger gerader Hellfeldbeleuchtung. Die Objektivöffnung läßt die Beugungsspektren von  $-4.$  bis  $+4.$  Ordnung an der Bilderzeugung mitwirken.

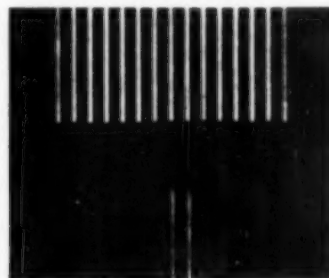


Fig. 1b. Dasselbe, aber nur Mitwirkung der Beugungsspektren von  $-1.$  bis  $+1.$  Ordnung.  $\lambda = 0,546 \mu$ .  $100 \times$ .

schon unkenntlich und nicht konform dargestellt, wenn man die unter sonst gleichen Bedingungen der engen, geraden Hellfeldbeleuchtung hergestellte Aufnahmefigur 1 b hiermit vergleicht, bei welcher nur die Beugungsspektren von  $-1.$  bis  $+1.$  Ordnung mitwirkten.

Im übrigen ist kein Zweifel, daß wir bei Fig. 1 b noch eine Auflösung der ganzen Teilung vor uns haben. Es folgt aber hieraus, daß eine der

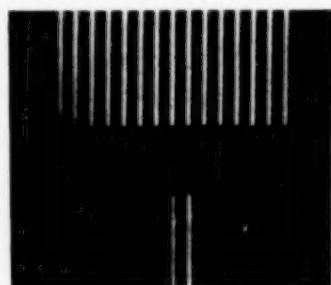


Fig. 2a. Dasselbe wie Fig. 1, aber nur Mitwirkung der Beugungsspektren  $+1.$ ,  $+2.$ ,  $+3.$  Ordnung, daher Dunkelfeldbeleuchtung.

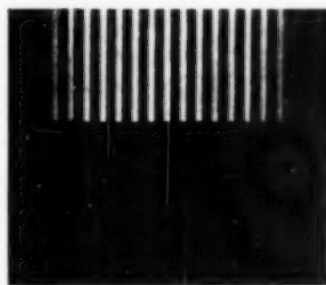


Fig. 2b. Dasselbe, Beugungsspektren  $+1.$ ,  $+2.$  Ordnung.

höheren Beugungsordnungen zur Darstellung der Abweichung des ersten Intervalls notwendig ist. Wir können nun zeigen, daß hier die Mitwirkung der dritten Beugungsordnung erforderlich ist. Dazu bilden wir bei einseitiger Dunkelfeldbeleuchtung das Gitter in Fig. 2a so ab, daß nur das erste, zweite und dritte Beugungsspektrum zur Abbildung zugelassen werden. Das erste Intervall von links erscheint deutlich enger als die übrigen,

was jedoch nicht mehr der Fall ist, wenn wir die dritte Beugungsordnung im Öffnungsbilde abschalten (Fig. 2b).

Doch können wir noch einen Schritt weitergehen und zeigen, daß es nur ein Teil des dritten Beugungsspektrums ist, welcher die Wirkung hervorruft, daß die Abweichung im ersten Intervall, wenn auch übertrieben, zur Darstellung kommt.

Zwischen Objektiv und Mikroskoptubus schaltet man den bekannten Abbesehen Diffraktionsapparat ein, der gestattet, in Ebene des Öffnungsbildes eine oder zwei Blenden  $S$  senkrecht zur Mikroskopachse zu verschieben. Eine Drehvorrichtung ermöglicht, die Kante der Blenden  $S$  parallel zum Eintrittsspalt zu stellen, der in den ebenfalls drehbaren Diaphragmentträger des Mikroskops eingelegt wird. Das Öffnungsbild mit den Beugungsbildern zweiter und dritter Ordnung des Eintrittsspalt ist in den Fig. 3a und 3b schematisch unter starker Verbreiterung des

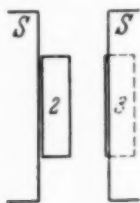


Fig. 3a. Teilweise Abblendung eines Beugungsspektrums im Öffnungsbild. Es wirken nur 2. + (3) Ordnung.

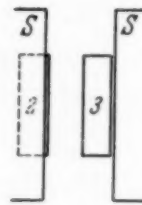


Fig. 3b. Dasselbe, nur (2) + 3. Ordnung.

Öffnungsbildes vom Eintrittsspalt dargestellt. In Fig. 3a schirmt die rechte Blende  $S$  die *dritte* Ordnung bis auf den linken Rand derselben ab, was wir im folgenden dadurch ausdrücken, daß wir die nicht voll zur Wirkung kommende Ordnung in Klammern setzen. Eine geringe Abblendung wird durch eine halbe Klammer (2 bezeichnet, eine mittlere Abblendung durch eine volle Klammer (2), eine äußerste Abblendung durch eine Doppelklammer ((2)). In Fig. 3b schirmt die linke Blende die *zweite* Ordnung bis auf deren rechten Rand ab, schematisch als mittlere Abblendung dargestellt. Es wirken also im genügend monochromatischen Licht in Fig. 3a die Beugungsspektren 2 + (3) als „äußere Abblendung“ und in Fig. 3b erzeugen (2) + 3 bei „innerer Abblendung“ das Objektbild. Die zugehörigen Objektbilder selbst sind in den Fig. 4a und 4b dargestellt, die sich erstaunlich unterscheiden. Bei der *äußeren* Abblendung in Fig. 4a haben wir eine klare Bildverschiedenheit zwischen dem engeren ersten Intervall und den übrigen. Das erste Intervall ist überhaupt nicht gelöst, die übrigen sind aufgelöst. Auch der Doppelstrich ist nicht gelöst, ein Hinweis, daß die Gitterkonstante

des ersten Intervalls und ebenfalls die des Doppelstriches kleiner ist als die mittlere Gitterkonstante des Gitters. Im zweiten Falle der *inneren* Abblendung (Fig. 4b) finden wir umgekehrt das Gitter bis auf die beiden

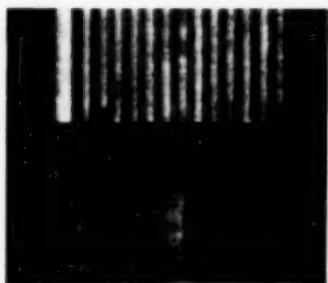


Fig. 4a. Einseitige Dunkelfeldbeleuchtung. Abbildung mit 2. + (3) Ordnung.

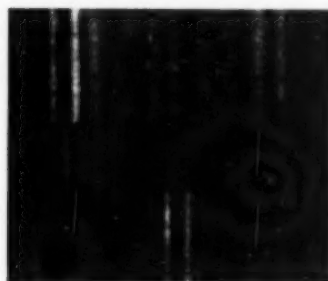


Fig. 4b. Dasselbe, aber (2) + 3. Ordnung.

Randintervalle ungelöst, dagegen das erste Intervall links und das letzte Intervall rechts ganz übertrieben weit dargestellt und ebenso den Doppelspalt. Da in allen Abbildungen dieses Gitters die gleiche Vergrößerung herrscht, erkennen wir schon ohne Messung aus dem Vergleich der Fig. 1a und 4b, daß in letzterem Falle der Zwischenraum im Doppelspalt viel zu weit dargestellt wird. Trotzdem das erste Intervall und der Doppelspalt eine *kleinere* Gitterkonstante haben als die übrigen Gitterintervalle, werden sie in diesem Bilde 4b „aufgelöst“ und die übrigen Intervalle nicht. An der Grenze des Auflösungsvermögens kann also im Bilde des Randintervalls eine anomale „Auflösung“ eintreten.

Diesen bei Dunkelfeldbeleuchtung erhaltenen Gitterbildern 4a und 4b wollen wir in den Fig. 5 unter Mitwirkung des nullten Beugungsspektrums



Fig. 5a. Gerade, enge Hellfeldbeleuchtung. 0. + (1) Ordnung.



Fig. 5b. Dasselbe, aber (0) + 1. Ordnung.

zwei entsprechende Hellfeldabbildungen gegenüberstellen. In Fig. 5a ist nur der innere Rand des *ersten* Beugungsspektrums mit wirksam. Das erste Gitterintervall bleibt ungelöst und die übrigen nur unvollkommen gelöst. Das zweite und das vorletzte Intervall sind gegen die übrigen

Intervalle besonders auffallend gelöst. Sie haben nach der genauen Ausmessung des Negativs zu Fig. 1a die *größte* Gitterkonstante von 16,2 und von 16,1  $\mu$ . Der Doppelspalt ist nur schwach gelöst.

Ganz anders wird die Abbildung, wenn wir zwar auch das nullte und das erste Beugungsspektrum mitwirken lassen, aber das nullte Beugungsspektrum bis auf den dem ersten Beugungsspektrum zu liegenden Rand abblenden (Fig. 5b). Dieser Fall kommt z. B. bei der Schlierenbeleuchtung vor. Jetzt ist der Doppelspalt *übertrieben* weit gelöst und auch im Gitter sind die drei ersten Intervalle links und die fünf letzten Intervalle rechts

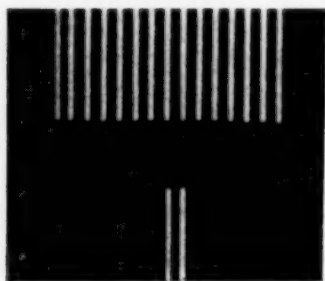


Fig. 6a. Eins. Dunkelfeld. 1. + 2. + (3) Ordnung.

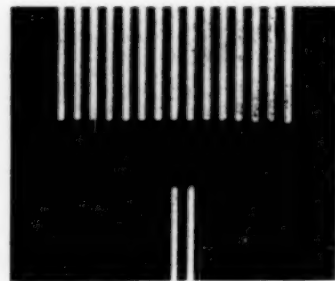


Fig. 6b. Dasselbe, aber (1) + 2. + 3. Ordnung.

deutlich gelöst, die übrigen Intervalle sind gar nicht oder unvollkommen gelöst. Durch den Grad der teilweisen Abblendung des nullten Spektrums kann man so die Abbildung empfindlich beeinflussen.

Während wir bisher in unmittelbarer Nähe der Grenze des Auflösungsvermögens die teilweise Abblendung des einen der beiden Beugungsspektren vornahmen, wollen wir jetzt das dritte Beugungsspektrum hinzunehmen, wodurch zwar volle Auflösung sichergestellt wird, aber noch keine genaue Bildlage der Gitterstriche. Wirken wie in Fig. 6a die Beugungsspektren 1 + 2 + (3), so wird das zu kleine erste Intervall *übertrieben* zu eng dargestellt und ebenso das Intervall im Doppelspalt. Blenden wir aber das *erste* Beugungsspektrum von der Seite des nullten her teilweise ab (Fig. 6b), so erscheint das erste Intervall sogar breiter als das zweite, obgleich es nach Fig. 1a schmäler als das zweite sein soll.

Alle Aufnahmen sind mit Hohlspiegel, *ohne* Kondensor und mit engem Spalt von 0,29 mm Breite im Diaphragmenträger unter dem Mikroskoptisch in 33 mm Abstand vom Objekt und mit  $\lambda = 0,546 \mu$  hergestellt. Die sehr enge Apertur der geraden Beleuchtung betrug 0,004. Sie war 42mal kleiner als die des Objektivs. Als Objektiv diente Zeiss-Achromat 6 $\times$  von 0,17 Apertur. Die Negative hatten eine 32,3 $\times$ -Vergrößerung. Die mittlere Gitterkonstante  $d$  der Teilung wurde einmal im *subjektiven* Bilde nach



„Talbots phenomenon“, wie Rayleigh<sup>1)</sup> die Erscheinung bezeichnet, mit der vereinfachten Rayleighschen Formel<sup>2)</sup> bestimmt, nach der die Gitterkonstante das geometrische Mittel von Wellenlänge und „Einstellungsperiode“<sup>3)</sup> ist. Es ergab sich  $d = 16,0 \mu$ .

Die erhaltenen Gitterbilder wurden nach den Negativen zu den Fig. 1a, 6a und 6b mit einem Meßmikroskop Zeiss bei  $21\times$ -Vergrößerung, also bei  $678\times$ -Vergrößerung des Objekts ausgemessen und durch Rechnung die Mitte der beiderseitigen „gesehenen“ und eingestellten Grenzen der gut gedeckten schwarzen Striche bestimmt. Um Urteilsschwankungen auszuschließen, wurde immer der Grenzkontrast gegen den dunklen Bereich der Strichbilder benutzt. Die Meßgenauigkeit betrug unter Berücksichtigung der Genauigkeit der Präzisionsschraube des Meßmikroskops, bezogen auf das Objekt,  $\pm 0,1 \mu$ . Der als Meßtrommel ausgebildete Schraubenkopf hatte einen Durchmesser von 50 mm, sein Umfang war in 100 Teile geteilt, jede ganze Umdrehung der Trommel ergab einen Vorschub des Negativs gegen das feststehende Okularfadenkreuz von 1 mm. Die fünfmal wiederholten Einstellungen blieben innerhalb des Drittels eines Intervalls der Teilung. Die Messungen, umgerechnet auf das Objekt, sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1. Mikroskopische Messungen eines Gitters an Abbildungen mit drei verschiedenen Objektiv-Aperturen.

| Nummer der<br>Gitterkonstante | Fig. 1a<br>- 4. bis + 4. Ordnung | Fig. 6a<br>1. + 2. + (3) Ordnung | Fig. 6b<br>(1) + 2. + 3. Ordnung |
|-------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| I                             | 14,5 $\mu$                       | 13,3 $\mu$ - 1,2                 | 16,1 $\mu$ + 1,6                 |
| II                            | 16,2                             | 16,7 + 0,5                       | 15,6 - 0,7                       |
| III                           | 16,0                             | 16,3                             | 16,0                             |
| IV                            | 15,7                             | 15,7                             | 16,8 + 1,1                       |
| V                             | 15,9                             | 16,2                             | 15,5                             |
| VI                            | 15,6                             | 15,3                             | 16,5 + 1,2                       |
| VII                           | 15,8                             | 15,9                             | 16,0                             |
| VIII                          | 15,9                             | 16,3                             | 16,1                             |
| IX                            | 15,7                             | 15,6                             | 16,4 + 0,8                       |
| X                             | 15,8                             | 15,4                             | 15,8                             |
| XI                            | 15,8                             | 15,9                             | 15,9                             |
| XII                           | 15,8                             | 15,9                             | 16,5 + 0,7                       |
| XIII                          | 16,1                             | 16,4 + 0,6                       | 15,4 - 0,7                       |
| XIV                           | 15,9                             | 15,4 - 0,5                       | 17,1 + 1,2                       |

In der Tabelle sind in den beiden letzten Spalten die größeren Differenzen der Abbildungen mit gedrosseltem Objektiv gegen die Abbildung mit vollem Objektiv angegeben, soweit sie 0,4 übersteigen. Diese Differenzen

<sup>1)</sup> F. Talbot, Phil. Mag. (3) **9**, 404, § 2, 1836. — <sup>2)</sup> Lord Rayleigh, ebenda (5) **11**, 202, 1881. — <sup>3)</sup> H. F. W. Siedentopf, ZS. f. Phys. **109**, 268, 1938.

renzen treten bei der Abbildung mit 1. + 2. + (3) Ordnung nur am Rande der Teilung auf. Bei der Abbildung mit (1) + 2. + 3. Ordnung kommen sie auch dreimal im Innern der Teilung vor und am Rande der Teilung sind hier in den beiden ersten und in den letzten drei Intervallen die Abweichungen größer als bei der Abbildung mit 1. + 2. + (3) Ordnung. Die etwas stärkere Ausschaltung des ersten Beugungsspektrums verstärkt also die Randbeugung. Den in der Tabelle wiedergegebenen Gang im Bilde der Gitterkonstanten kann man mit einem zweimal vergrößerten Leseglas noch bequem an Fig. 6b qualitativ erkennen. Man müßte nach dieser Tabelle für *feinere* Messungen die Mitwirkung der beiderseitigen Beugungsspektren bis mindestens zur vierten Ordnung bei der mikroskopischen Abbildung verlangen. Der Mittelwert der Intervalle wird nach Fig. 1a mit  $15,8 \mu$  anzusetzen sein. Der Unterschied von  $0,2 \mu$  gegen den aus der Periode der Talbotschen Bildwiederholungen ermittelten Wert zeigt den Grad der Annäherung, den man mit letzterem Verfahren bekommt. *Sehr auffällig ist die Verwischung der Intervallunterschiede, wenn man, wie in Fig. 1b, nur mit - 1. bis + 1. Ordnung die Abbildung bewirkt, wie das bei feinen Teilungen die Regel ist.*

Ebenso auffallend wie die Schwankungen in der Wiedergabe des Gitters sind die Schwankungen im *Doppelspaltbild*. Die kleinste „Gitterkonstante“ des Doppelspaltes von  $13,7 \mu$  erschien in Fig. 6a unter Mitwirkung der Beugungsspektren + 1 + 2 + (3). Die größte „Gitterkonstante“ desselben Doppelspaltes von  $20,8 \mu$  ergab Fig. 5b unter Mitwirkung der Beugungsspektren (0) + 1, und sie wächst weiter, je mehr man die Wirkung des nullten Beugungsspektrums abdrosselt<sup>1)</sup>.

Tabelle 2. Mikroskopische Messungen eines Doppelspalts an Abbildungen mit verschiedenen Objektiv-Aperturen.

| Abstand<br>der Mitten<br>beider Strichbilder | Ordnungen<br>der Beugungsspektren | Abstand<br>der Mitten<br>beider Strichbilder | Ordnungen<br>der Beugungsspektren |
|--|-----------------------------------|--|-----------------------------------|
| 13,7 $\mu$                                   | 1 + 2 + (3)                       | 16,6 $\mu$                                   | 0 + 1                             |
| 14,7   | - 4 bis + 4                       | 17,1   | (3) + 4                           |
| 14,7   | - 3 bis + 3                       | 17,7   | 1 + 2                             |
| 15,0   | - 2 bis + 2                       | 18,3   | 2 + 3                             |
| 15,3   | 0 + 1 + 2 + 3                     | 19,4   | 1 + (2)                           |
| 15,6   | 1 + 2 + 3                         | 19,6   | (2) + 3                           |
| 15,9   | 0 + 1 + 2                         | 19,7   | (1) + 2                           |
| 16,0   | - 1 bis + 1                       | 20,8   | (0) + 1                           |
| 16,0   | (1) + 2 + 3                       | 22,4   | ((0)) + 1                         |

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu auch H. Siedentopf, Journ. R. Micr. Soc. (3) **49**, 232, Fig. 1, 1929.

Eine Zusammenstellung von Messungen desselben Doppelspaltes unter verschiedenen ausgewählten Abblendungen des Objektivs gibt Tabelle 2. Man wird danach  $14,7 \mu$  als eine gute Annäherung an den wahren Wert des Abstandes der beiden Spaltmitten betrachten dürfen. Wirken aber nur die Beugungsspektren von der  $-1$ . bis  $+1$ . Ordnung an der Abbildung mit, dann folgt aus der Bildmessung der sicher zu hohe Wert von  $16,0 \mu$ .

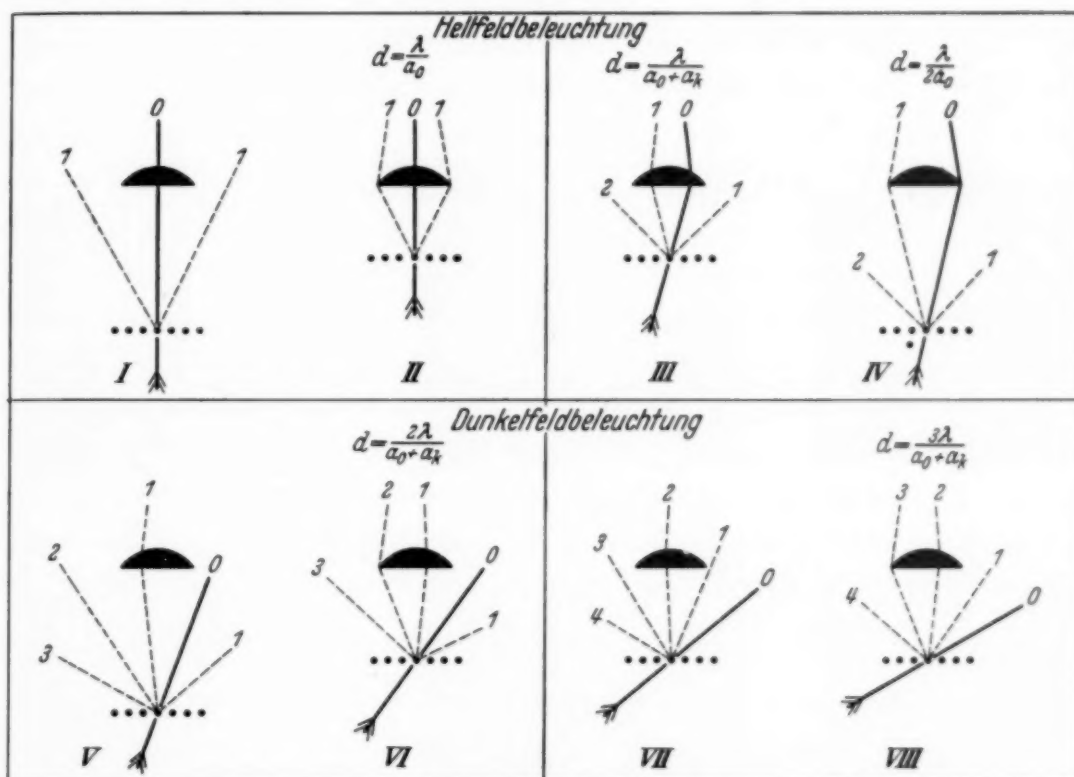


Fig. 7. Unstetigkeiten im Auflösungsvermögen bei wachsender Schiefe der Beleuchtung.

Die Mitten der gesehenen Spaltbilder liegen in diesem Falle schon sehr merklich außerhalb des geometrisch-optischen Bildes.

Wir können nun die mikroskopischen Bilder noch weiter variieren, indem wir z. B. das Verhältnis von Spalt- zu Stegbreite des Doppelspaltes verändern. Im Nachfolgenden werden wir noch einen Sonderfall besonders geringer Stegbreite im Verhältnis zur Spaltbreite betrachten. Doch ist vorher der Einfluß bei wachsender *Schiefte* der Beleuchtung zu erörtern.

In der schematischen Fig. 7 sind acht Fälle herausgegriffen, davon vier im Hellfeld und ebensoviel im Dunkelfeld. Im Falle I ist das Gitter durch eine Punktreihe angedeutet, das Objektiv durch eine plankonvexe Linse, die Ordnungen des abgebeugten Lichtes sind gestrichelt. Bei enger gerader Beleuchtung, Ordnung Null, fahren die Beugungsbüschel erster Ordnung am Objektiv vorbei, wenn die Apertur des Objektivs nicht aus-

reicht. Sie passieren den Rand des Objektivs (Fall II), wenn die Apertur gerade ausreicht. Bei schiefer Beleuchtung (III) ist die Apertur reichlich, sie kann im Grenzfall (IV) halbiert werden. Wird dann die Schiefe der Beleuchtung noch weiter gesteigert (V bis VIII), so entsteht Dunkelfeldbeleuchtung. Zunächst reicht aber die Apertur nicht mehr aus (V), weil nur das erste Beugungsbüschel das Objektiv durchsetzt. Verstärkt man aber Apertur und Schiefe der Beleuchtung (VI), so tritt wieder Auflösung ein, bis sich bei weiterer Schiefe (VII) eine Unstetigkeit im Auflösungsvermögen zeigt, weil nur das zweite Beugungsbüschel passieren kann, erst bei noch größerer Schiefe (VIII) kann auch das dritte Beugungsbüschel eintreten und mit dem zweiten Beugungsbüschel interferieren. Ein solches Wechselspiel zwischen Auflösung und Nichtauflösung kann auch bei gleicher Wellenlänge und Apertur durch stetige Veränderung der Gitterfeinheit oder bei gleicher Gitterkonstante und fester Apertur durch stetige Veränderung der Wellenlänge eintreten. Man kann so Fälle erzeugen, in denen man ein feineres Gitter auflösen kann, aber ein gröberes nicht und andere Fälle, in denen man im roten Licht das Gitter auflöst, nicht aber im gelben Licht. Die beiden letzten Fälle habe ich bereits früher mit Mikrophotographien belegt<sup>1)</sup>; den dritten Fall dieses periodischen Spiels, der bei wachsender Schiefe der Beleuchtung auftritt, erläutern an unserem Gitter und dem Doppelspalt die Fig. 8a bis 8f.

In Fig. 8a wirken die Spektren (1 + 2. Das erste Intervall des Gitters ist nur flau, die übrigen Intervalle sind vollkommen gelöst. Verschiebt man den engen Beleuchtungsspalt im Sinne größerer Beleuchtungsschiefe sehr wenig quer zu den Gitterstrichen (Fig. 8b), so wird das erste Beugungsbüschel noch weiter abgedrosselt und das erste und letzte Gitterintervall zeigen die typische Randbeugung, das übrige Gitter wird schlecht gelöst. Der Doppelspalt ist gelöst, aber als zu breit abgebildet. Eine weitere Schiefe läßt nur noch das zweite Beugungsbüschel eintreten und Gitter und Doppelspalt bleiben ungelöst (Fig. 8c). Darauf erscheint im Öffnungsbild ein Saum der dritten Ordnung. Doppelspalt, erstes und sechstes Intervall des Gitters sind nicht gelöst (Fig. 8d). Schätzt man, am besten unter Zuhilfenahme eines etwa zweifachen Leseglasses, die Kontraste der einzelnen Zwischenräume, so ordnen sie sich wie die Messungen der Tabelle 1 zu Fig. 1a. Sie geben in diesem Dunkelfeldbilde alle kleinen Schwankungen der Gitterkonstante *sehr wohl durch den Kontrast, aber nicht durch die Lage*

<sup>1)</sup> H. Siedentopf, ZS. f. wiss. Mikr. **32**, 26, Fig. 8 und Tafel III, Fig. 9 1915.



wieder in dem Sinne, daß die kleineren Intervalle von  $14,5$  bis  $15,6 \mu$  überhaupt nicht gelöst, die Intervalle von  $16,2$  bis  $16,0 \mu$  sehr kräftig wiedergegeben und die Intervalle von  $15,9$  bis  $15,7 \mu$  in steigendem Maße flauer werden. Für schnelle qualitative Beurteilungen ist gerade diese Abbildungsweise aufschlußreich.

Verschiebt man den engen Beleuchtungsspalt mit dem Trieb des Diaphragmentträgers am Mikroskop noch weiter, so kommt (Fig. 8e) die dritte Ordnung voll zur Geltung und die Abbildung mit  $(2 + 3)$  entspricht etwa der Auflösung mit  $(1 + 2)$  in Fig. 8a. Noch deutlicher erkennt man das periodische Spiel an Fig. 8f, die mit um eine Ordnung gegen Fig. 8b

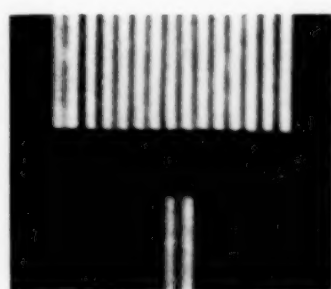
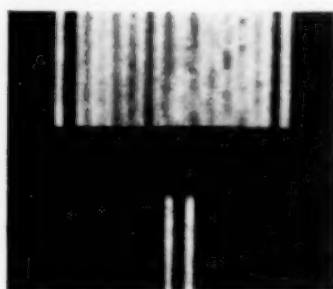
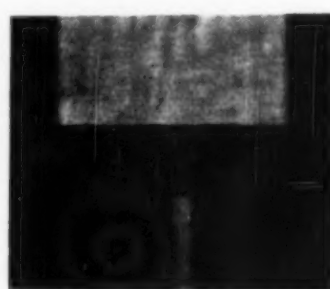
Fig. 8a.  $(1 + 2)$ .Fig. 8b.  $((1)) + 2$ .

Fig. 8c. 2.

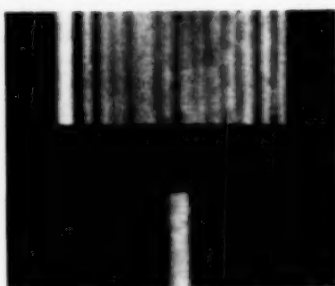
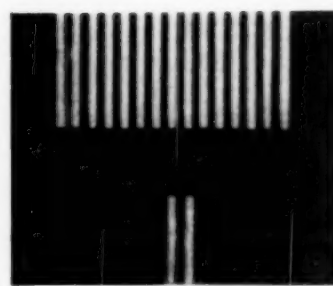
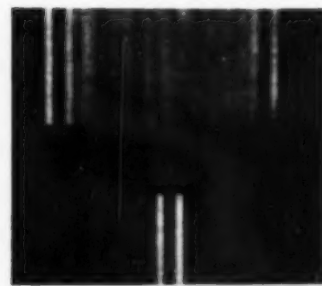
Fig. 8d.  $2 + ((3))$ .Fig. 8e.  $(2 + 3)$ .Fig. 8f.  $((2)) + 3$ .

Fig. 8. Bei gleicher Objektivöffnung wachsende Schiefe der Dunkelfeldbeleuchtung.

erhöhten Beugungsspektren entsteht. Man kann so mit der angegebenen Optik die Periode bis etwa  $4 \times$  verfolgen. Daß die prägnante Randbeugung in Fig. 8f nicht von den Gitterkonstanten abhängt, geht auch daraus hervor, daß das erste und gelöste Intervall nach Tabelle 2 viel kleiner und das letzte und gelöste Intervall etwas größer als der ungelöste Durchschnittswert ist. Darin unterscheidet sich Fig. 8f sehr wesentlich von Fig. 8d. Die Abblendung nach Fig. 8d reagiert mit den Spektren  $2 + ((3))$  durch den Lösungsgrad sehr fein auf die kleinen *Unterschiede* der Gitterkonstanten, die Abblendung nach Fig. 8f mit den Spektren  $((2)) + 3$  erzeugt besonders auffällige *Randbeugung* ohne besondere Rücksicht auf die Gitterkonstanten.

Da nur eine winzige Verstellung des Diaphragmentragers diese großen Bildunterschiede verursacht, müßten nach einer alten Forderung erfahrener Mikroskopiker oft genauere Angaben über die Bedingungen der jeweiligen

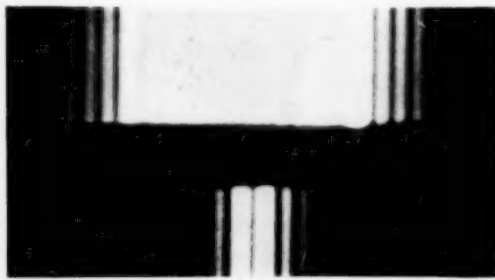


Fig. 9. Darstellung der äußeren Randbeugung. Die Erscheinungen der inneren Randbeugung werden dabei uberexponiert.

Bildentstehung gefordert werden, als manche wohl für nötig halten<sup>1)</sup>.

Die Randbeugung in diesen Gitterbildern tritt schließlich sowohl als eine innere wie als eine äußere, außerhalb des Gitterbildes liegende, auf. Zur Wiedergabe der äußeren bedarf es längerer Expositionen, bei denen erstere so stark uberexponiert werden, daß sie im Bilde unkenntlich

werden (Fig. 9). Die äußere Randbeugung zeigt beim Doppelspalt kontrastreichere Interferenzen als beim Gitter. —

In diesem ersten Abschnitt der Abhandlung sind eine Reihe von ausgewählten mikrophotographischen Abbildungen und von mikroskopischen Messungen desselben Gitters, das mit *nicht-periodischen* kleinen Teilungsfehlern behaftet war und eines Doppelspaltes unter Variation der Öffnung des Objektivs und unter Veränderung der Schiefe der monochromatischen engen Beleuchtung verglichen. Diese Vergleiche zeigen, daß man im allgemeinen nicht ohne weiteres aus der Theorie der Abbildung von Idealgittern auf solche von wirklichen Gittern mit nicht-periodischen Teilungsfehlern schließen kann. Die Verhältnisse liegen hier verwickelter, als bei Gittern mit *periodischen* Teilungsfehlern, deren Theorie von Rowland aufgestellt wurde. Die Rowlandschen Zwischenspektren und gesetzmäßigen Aufspaltungen der Spektrallinien, die bei solchen periodischen Teilungsfehlern auftreten müssen, konnten im Öffnungsbild des Mikroskops nachgewiesen und über Rowland und Abbe hinaus ihr erheblicher *Einfluß auf die Abbildung* in früheren Mitteilungen aufgezeigt werden<sup>2)</sup>. —

Wenn das Bild des Abstandes der Spaltmitten des noch deutlich aufgelösten Doppelspaltes nach Tabelle 1 von 13,7 bis 22,4  $\mu$  und mehr schwankt und wenn selbst z. B. winzige Änderungen in der Objektivapertur schon einen sehr merklichen und gut meßbaren Einfluß zeigen, so kommt es schließlich auch noch auf die Objekteinzelheiten an. Die Teilstriche können z. B. in der Breite variieren oder verschieden durchlässig

<sup>1)</sup> E. M. Nelson, Journ. R. Micr. Soc. 242, 1901. — <sup>2)</sup> H. Siedentopf, ZS. f. Phys. 107, 251, 1937; 108, 279, 1938; 109, 260, 1938.

sein. Es wäre aber *nicht richtig*, wenn wir uns bei Anwendung von Formeln über die mikroskopische Auflösung z. B. nur auf den Zwischenraum des Doppelspaltes beschränken würden, weil die Definition der Gitterkonstante die *Summe* von Zwischenraum und Strichbreite verlangt. Diese Definition ist von der Strichlänge unabhängig, so daß sie auch auf kurze Striche, vielleicht auch auf Scheibchen anwendbar bleibt. Solche Objekte beobachtet man z. B. als Diplokokken unter dem Mikroskop. Bei Dunkelfeldbeobachtung mit Ölimmersion von 1,3 Apertur zeigen die Diplokokken Gon. nicht hellkonturierte Gebilde, sondern je zwei gleichmäßig leuchtende, oft

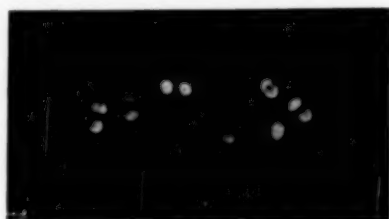


Fig. 10a. Ausstrich von Diplokokkus Gon. Färbung Methylenblau (schwach). 885 $\times$ . Ölimmersion Apochromat 1,3 Apertur mit Iris, Leuchtbildkondensor Zeiss von 1,43 Apertur.



Fig. 10b. Dasselbe, aber das Objektiv ist auf 0,9 Apertur beschränkt.

annähernd *hemisphärische* Flächen mit dem für einen bestimmten Teilungszustand charakteristischen *Zwischenraum*. Dies gilt für größere Individuen noch bis herab zu 1,0 Objektivapertur.

Die Breite dieses bei 1,3 Objektivapertur „gesehenen“ Zwischenraums von im Mittel etwa einer halben Wellenlänge gelben Lichtes, vermehrt um die Breite eines Diplokokkenteils von etwa einer Wellenlänge gelben Lichtes, ergeben die „Gitterkonstante“  $d$  zu etwa anderthalb Wellenlängen oder  $0,88 \mu$ . Wenden wir bei einer Apertur  $a_k$  der Dunkelfeldbeleuchtung von 1,4 die für diesen Fall bei VI in Fig. 7 angegebene Auflösungsformel an, so erhalten wir als Grenze des Auflösungsvermögens  $0,44 \mu$ , so daß nach dieser aus der Abbesehen Lehre geschlossenen Formel die beiden Teile des Diplokokkus bequem im Dunkelfeldbilde vollkommen getrennt werden können, was man bei der Beobachtung des dunklen Zwischenraums (Fig. 10a) bei 885 $\times$  Vergrößerung an einem dünnen, mit Methylenblau schwach gefärbten *Ausstrichpräparat* an einigen in richtigem Teilungszustand befindlichen Exemplaren erkennt. Aber ein falsches Ergebnis würden wir erhalten, wenn wir bei der Berechnung des Auflösungsvermögens die Breite jedes Diplokokkenteils mit Null ansetzen würden. Dann würde ein Zwischenraum von  $\lambda/2 = 0,3 \mu$  Breite mit der Gitterkonstante identisch und unter-

schritte die Auflösungsgrenze. Ein solcher Zwischenraum dürfte danach nicht sichtbar sein. Da das doch der Fall ist, muß also nach der Lehre der Nichtselbstleuchterabbildung die Breite eines Diplokokkenteils bei der Bestimmung der Gitterkonstante berücksichtigt werden. Zur weiteren Prüfung der Breite eines solchen Diplokokkenteils drosseln wir *unter sonst gleichen Verhältnissen* die Apertur des Objektivs auf 0,9 ab und erhalten jetzt jeden Diplokokkenteil im Dunkelfeld doppelt konturiert (Fig. 10b). Deshalb ist kein Zweifel möglich, daß er selbst so groß ist, daß der Abstand zweier gegenüberliegender Randpunkte des Diplokokkenteils schon mit der numerischen Apertur 0,9 gelöst wird. Zur besseren theoretischen Erklärung würde der grundsätzliche Unterschied in der Dunkelfeldabbildung eines Diplokokkenteils bei 0,9 und bei 1,3 Apertur eine Anwendung der Nichtselbstleuchterabbildung etwa auf den Fall zweier gegenüberliegender Halbkreisflächen erfordern. Denn Gestalt, Größe und Anordnung der beiden Objektelemente kommen zu ihrem Abstand und zu der Schiefe der Beleuchtung als die Abbildung beeinflussende Eigenschaften hinzu.

Vorläufig müssen wir uns auf Analogien mit dem Doppelspalt beschränken, und auf die in der Nähe der Grenze des Auflösungsvermögens auftretenden eigentümlichen Schwankungen in der Abbildung des Doppelspaltess hinweisen, die uns dazu führten, nahe der Grenze des Auflösungsvermögens die am Rande von Gittern auftretenden Intensitäts- und Lage-schwankungen als Randbeugung (z. B. Fig. 8b) von den gewöhnlichen Gittererscheinungen abzutrennen. Wir folgern, daß hier unter den verschiedenen optischen Bedingungen der Abstand der Spaltmitten  $MM$  des Doppelspaltess jedesmal etwas anderes ist, als der Abstand  $SS$  des gesehenen Zwischenraums oder der Abstand  $GG$  des verborgenen geometrisch-optischen Bildes, dessen Wert man mit dem Mikroskop bestimmen möchte. Diese Randbeugung verschiebt die Grenze der Auflösung und verhindert grundsätzlich die Anwendung der üblichen Gitterformel auf die Abbildung von Diplokokken im Dunkelfeld. Die in den Fig. 1 bis 8 nachgewiesenen erheblichen Schwankungen der Abbildung des Doppelspaltess sind *niemals in proportionale Beziehungen* zum Verhältnis von Wellenlänge und Apertur zu bringen, und die bequeme Annahme<sup>1)</sup>, daß die gesuchte geometrisch-optische Größe einer Strecke erhalten wird, wenn man im Dunkelfeld die Größe eines Beugungsscheibchens abzieht oder im Hellfeld hinzuaddiert, ist nahe der Grenze des Auflösungsvermögens jedenfalls unzureichend.

<sup>1)</sup> E. M. Nelson, Journ. R. Micr. Soc. 579, 1903.



Wir ergänzen die Bilder vom *Ausstrichpräparat* noch durch weitere Mikrophotographien desselben Eitererregers von einem mit Fuchsin gefärbten *Kulturpräparat*, dieselbe Stelle aufgenommen bei  $885\times$  Vergrößerung mit Objektiv Zeiss Apochromat 1,3, Apertur  $a_0 = 1,0$  im Hellfeld (Fig. 11a) und mit auf 0,9 gedrosselter Objektivapertur und Kondensorapertur  $a_k = 1,4$  im Dunkelfeld (Fig. 11b), zum Nachweis der Größe des Erregers, die keinesfalls bei der Beurteilung der Abbildung des Zwischenraums vernachlässigt werden darf. Wir mußten auf diesen Punkt eingehen,



Fig. 11a. Kulturpräparat von Diplokokkus Gon. Fuchsinfärbung.  $885\times$ . 1,3 Objektiv-Apertur und Apertur der Hellfeldbeleuchtung 1,0.



Fig. 11b. Dieselbe Stelle, aber 0,9 Objektiv-Apertur und Apertur der allseitigen Dunkelfeldbeleuchtung 1,4.

nachdem beim gleichen Objekt diese unerlaubte Vernachlässigung stillschweigend gemacht und daraufhin behauptet wurde<sup>1)</sup>, daß diese Abbildung im Widerspruch zur Abbeschen Lehre stände, und wir mußten deshalb zeigen, daß bei Berücksichtigung ihrer Größe aus den Beobachtungen an Diplokokken im Dunkelfeld *nichts folgt, was Einwendungen gegen die Abbesche Lehre zuließe.* —

Außer den *einfachen* Strichgittern benutzt man zur Prüfung der Nichtselbstleuchterabbildung im Dunkelfeld des Mikroskops auch *mehrfache* sehr feine Gitter, welche z. B. an Diatomeen auftreten. Auch diese zeigen an der Auflösungsgrenze die Erscheinung der Randbeugung und gewisse Abweichungen vom normalen Auflösungsvermögen, die wir einerseits in Parallele zu den angegebenen Beobachtungen an einfachen Strichgittern setzen können, die aber andererseits auch Neues zeigen, das aus ihrer mehrfachen Gitternatur entspringt, so daß bei den mehrfachen Gittern die im Dunkelfeld zur Auflösung nötigen Mindestaperturen im Sinne der Nicht-

<sup>1)</sup> M. Berek, ZS. f. techn. Phys. **5**, 114, 1924; Central-Ztg. f. Opt. u. Mech. **45**, 143, 1924.

selbstleuchterabbildung eine *andere* Abhängigkeit von der Apertur der Dunkelfeldbeleuchtung besitzen, als die einfachen Strichgitter derart, daß bei *gleicher* Gitterkonstante die einfachen Strichgitter im Dunkelfeld eine höhere Objektivapertur zur Auflösung verlangen, als z. B. Diatomeen.

Nehmen wir als Beispiel eine Pleurosigma ang., deren Öffnungsbild im Dunkelfeld im monochromatischen Licht der grünen Quecksilberlinie die Fig. 12 zeigt. Die sechs Kreisbogenteile, die in der kreisförmigen Austrittspupille des Mikroskopobjektivs erscheinen, sind Teile des durch das mehrfache Gitter der Pleurosigma erzeugten Beugungsbildes der zum Objektiv konzentrischen kreisförmigen Eintrittspupille des zur allseitigen

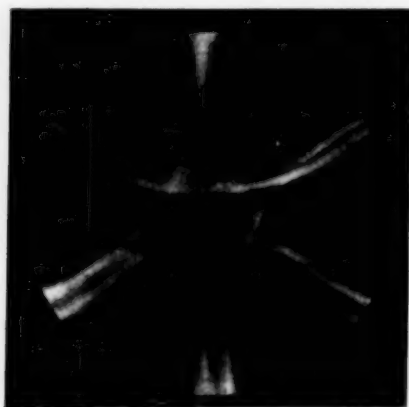


Fig. 12. Öffnungsbild im Dunkelfeld von Pleurosigma ang.  $\lambda = 0,546 \mu$ . Apochromat Zeiss 0,65 Apertur. Kardioidkondensor für Trocken-Objektive.



Fig. 13. Punktauflösung der Pleurosigma im Dunkelfeld durch das Öffnungsbild Fig. 12 <sup>1)</sup>.

Dunkelfeldbeleuchtung benutzten Kardioidkondensors<sup>2)</sup> für Trockenobjektive, wenn nur *ein* Individuum im beleuchteten Gesichtsfeld liegt. Als Mikroskopobjektiv wurde Zeiss Apochromat  $20\times$  von 0,65 Apertur benutzt. Die geringe Unsymmetrie der Beugungsbilder wird durch die schwache S-förmige Krümmung der Diatomee verursacht, deren Mittelrippe parallel zu den waagerechten Kreisbogenteilen liegt. Die Breite der Erscheinung ist im wesentlichen eine Folge der Schwankungen der Gitterkonstante, die im Mittel etwa  $0,56 \mu$  beträgt. Nur die *äußersten Randpartien* des Öffnungsbildes tragen zur Bilderzeugung bei. Das übrige findet im Öffnungsbild keine homologe, also kohärente Stelle<sup>3)</sup> eines anderen Kreisbogenteils als Interferenzpartner und es wirkt deshalb bei der Ab-

<sup>1)</sup> Die waagerechte Mittelrippe ist im Negativ schwach zu erkennen. —

<sup>2)</sup> H. Siedentopf, Journ. R. Micr. Soc. (3) **49**, 349, 1929; Kolloidchemische Beihefte, Ambronn-Festschrift, 240, 1926; Ann. d. Phys. **39**, 1175, 1912; ZS. f. wiss. Mikr. **26**, 399, 1909. — <sup>3)</sup> H. Siedentopf, ZS. f. wiss. Mikr. **32**, 1, 1915.

bildung als „falsches“ Licht. Es würde also den Kontrast im Bilde heben, wenn wir im Objektiv eine passende Zentralblende anbringen würden.

Das zugehörige Mikroskopbild zeigt Fig. 13 in sogenannter „Punktauflösung“ der Pleurosigma. Diese Punkte können wir dreifach in geraden Linien anordnen, einmal senkrecht zur Mittelrippe und in Reihen, die unter  $+60^\circ$  und  $-60^\circ$  dagegen verlaufen. Eine nahezu gleiche Punktauflösung erhält man in Fig. 14c, wenn man unter dem Dunkelfeldkondensor



Fig. 14a. Öffnungsbild von Pleurosigma im Dunkelfeld mit Sektorblende dicht vor dem Dunkelfeldkondensor.



Fig. 14b. Dasselbe, aber die Sektorblende ist um  $90^\circ$  gedreht.



Fig. 14c. Punktauflösung im Dunkelfeld durch Öffnungsbild Fig. 14a.

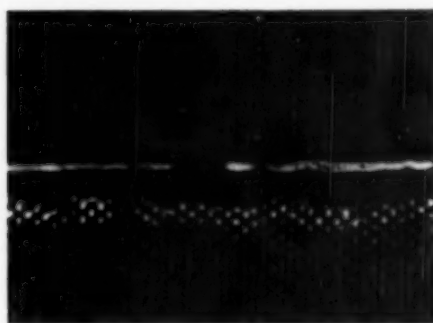


Fig. 14d. Strichauflösung und Randbeugung im Dunkelfeld durch Öffnungsbild Fig. 14b.

eine Blende einlegt, welche von seiner kreisförmigen Öffnung nur einen  $60^\circ$  großen Sektor freiläßt, der nach rechts hin orientiert ist.

Dann erscheint links im Öffnungsbild (Fig. 14a) dieser vom Sektor freigelassene Teil der kreisförmigen Kondensoröffnung als das linke Beugungsbild erster Ordnung. Das ist ein Teil des Bogens, der im vollen Öffnungsbild (Fig. 12) von links oben nach links unten geht. Von dem Bogen, der hier von rechts oben nach links geht, erscheint nur das rechts oben liegende Ende rechts oben in Fig. 14a oben und von dem Bogen, der in Fig. 12 von rechts unten nach links geht, erscheint nur das Ende rechts unten in Fig. 14a

rechts unten. Dieses Ende liegt homolog im Beugungsbild des Öffnungskreises mit dem oberen Ende des linken Bogens und kann mit diesem interferieren. Das Ende rechts oben in Fig. 14a liegt homolog zum unteren Ende des linken Bogens und interferiert damit. Der mittlere Teil des linken Bogens in Fig. 14a findet keinen Interferenzpartner und könnte zur Kontrasthebung im Bilde auch noch abgeblendet werden. Wir haben demnach gleichzeitig *zwei* unter  $60^\circ$  gekreuzte Fresnelsche Interferenzen in der Bildebene des Mikroskops (Fig. 14c) aus den Fraunhoferschen Beugungserscheinungen im Öffnungsbild (Fig. 14a), welche *zusammen* keine Strichauflösung ergeben, sondern eine Punktauflösung. Der auffällige Unterschied gegen Fig. 13, bei welcher aus dem Öffnungsbild (Fig. 12) drei Paare Fresnelscher Interferenzen, die je um  $60^\circ$  gegeneinander um die Mikroskopachse verdreht sind, zur Wirkung gelangen, zeigt sich erstens im Verschwinden der Mittelrippe. Dann fällt zweitens in Fig. 14c die punktförmige Randbeugung am letzten der Mittelrippe zuliegenden Gitterelement auf.

Drehen wir jetzt die Sektorblende unter dem Kondensor so, daß ihre Öffnung nach oben im Bilde liegt, dann wirken im Öffnungsbilde (Fig. 14b) nur der linke Teil des in Fig. 12 von links Mitte nach rechts unten absteigenden Teiles eines in erster Ordnung abgelenkten Öffnungskreises und der rechte Teil eines von rechts nach links unten absteigenden Öffnungskreises. Im Öffnungsbilde (Fig. 14b) sind nur die gegenüberliegenden Enden homolog zur gleichen Stelle des Öffnungskreises, es ergibt sich nur *ein* Paar Strahlen, die interferieren und deren Verbindungslinie waagerecht liegt, die im Bilde (Fig. 14d) ein System senkrecht verlaufender *Striche* erscheinen lassen. Hell leuchtet die Mittelrippe auf und die Randbeugung erscheint besonders deutlich auf der unteren Schalenhälfte in den ersten vier Gitterelementen vom mittleren Schalenrande an. Die übrigen Schalenteile erscheinen in Strichauflösung. Dieselbe Erscheinung tritt nur in der *oberen* Schalenhälfte auf, wenn wir die Sektorblende um  $180^\circ$  drehen.

Wenn die Pleurosigma nur ein *einfaches* Strichgitter wäre, dann könnte sie nach der in Fig. 7 unter VI angegebenen Formel im Dunkelfeld nicht aufgelöst werden, da sich für  $\lambda = 0,546 \mu$  und  $a_0 = 0,65$  und  $a_k = 0,9$  eine Auflösungsgrenze von  $d = 0,70 \mu$  errechnet. Da sie bei  $d = 0,56 \mu$  doch aufgelöst wird, müssen bei der Nichtselbstleuchterabbildung von *mehrfachen* Gittern, zu denen die Pleurosigma gehört, andere Formeln gelten, die wir im folgenden ableiten und mit der für einfaches Strichgitter gültigen Formel vergleichen. Da die Gitterkonstante  $d$  bei der Pleurosigma gegeben ist, nehmen wir als Variable statt  $a_0$  die *Mindestapertur*  $a_d$  des



Objektivs, die im Dunkelfeld zur *Strichauflösung* erforderlich ist, in Abhängigkeit von der mittleren Apertur  $a_k$  der Beleuchtung. Bezeichnen wir noch mit  $a_h = \lambda/2d$  die entsprechende Mindestapertur im Hellfeld bei äußerst schiefer Beleuchtung, so erhalten wir aus jener Formel in Fig. 7 unter VI

$$a_d = 4 a_h - a_k \quad (1)$$

für die Strichauflösung eines einfachen Strichgitters. Hier ist  $a_k$  wegen des Dunkelfeldes an die Ungleichung gebunden

$$2 a_h < a_k < 3 a_h, \quad (1a)$$

denn bei  $a_k$  gleich oder kleiner als  $2 a_h$  herrscht Hellfeld.

Für die Strichauflösung des einfachen Strichgitters ist die Bildinterferenz zwischen je einem Spektrum erster und zweiter Ordnung erforderlich. Dies ergibt für das Intervall

$$3 a_h < a_k < 4 a_h \quad (2a)$$

für die Mindestapertur eine andere Formel:

$$a_d = a_k - 2 a_h. \quad (2)$$

Für  $a_k = 3 a_h$  ergeben beide Formeln (1) und (2) dasselbe.  $a_k$  muß deshalb kleiner als  $4 a_h$  bleiben, weil sonst das Spektrum dritter Ordnung mit aufgenommen wird, wobei  $a_d = 6 a_h - a_k$  würde.

Völlig andere Aperturformeln gelten für die Auflösung von *mehrfachen* Gittern, weil diese in jeder Beugungsordnung *vieler* Beugungsspektren entsenden, die *untereinander* kohärenzfähig sind. Zur Strichauflösung von Pleurosigma im Dunkelfeld genügt schon die Interferenz von zwei benachbarten Beugungsspektren der ersten Ordnung. Das ist der einfache Grund, weshalb man bei mehrfachen Gittern geringere Mindestaperturen zur Auflösung im Dunkelfeld braucht als bei einfachen Strichgittern, die die Mitwirkung der *weiter abliegenden* zweiten Ordnung verlangen. Zur Ableitung der Formel benutzen wir Fig. 15. Hierin stellt der äußere Kreis mit dem Mittelpunkt  $M$  schematisch das Öffnungsbild der allseitigen engen Dunkelfeldbeleuchtung dar; das Objektiv wird auf den Durchmesser des konzentrischen inneren Kreises abgedrosselt. Von einem Punkt  $A$  erzeugt die Pleurosigmastruktur sechs Beugungsbilder erster Ordnung, von denen  $A'$  und  $A''$  von unserem Objektiv aufgenommen werden. Dem dick ausgezogenen Bogen  $aA\alpha$  der Dunkelfeldbeleuchtung entsprechen in erster Beugungsordnung die Bogen  $a'A'\alpha'$  und  $a''A''\alpha''$ . Wir erkennen, daß der rechts von  $\alpha'$  liegende Beugungs-Kreisbogenanteil keinen homologen Interferenzpartner mehr bekommt und auch nicht der links von  $a''$  liegende Teil des anderen Bogens. Wir lassen jetzt diese Beugungspunkte  $AA'A''$

festliegen und bewegen den Mittelpunkt  $M$  des Objektivs auf der Senkrechten zwischen  $R$  und  $R'$  und fragen nach der zur Strichauflösung notwendigen Mindestapertur  $a_d$ , wenn also die Punkte  $A'$  und  $A''$  jedesmal am Rande der Objektivöffnung liegen. Liegt  $M$  bei  $R$ , so ist  $M$  gleich weit von  $A$ ,  $A'$  und  $A''$  entfernt. Da dann die Spur  $A$  der Beleuchtung in das Objektiv eindringt, entsteht schon Hellfeld. Für Dunkelfeld dürfen wir daher  $M$  erst recht nicht über  $R$  hinaus auf  $A$  zu bewegen. Entfernt sich  $M$  von  $R$  ab in Richtung  $S$ , so verkleinern sich die Entfernungen  $A'M$  und  $A''M$ , die für die Brennweite Eins mit der zur Strichauflösung notwendigen Mindestapertur  $a_d$  identisch sind, bis zum Minimum bei  $A'M = A'S$  und

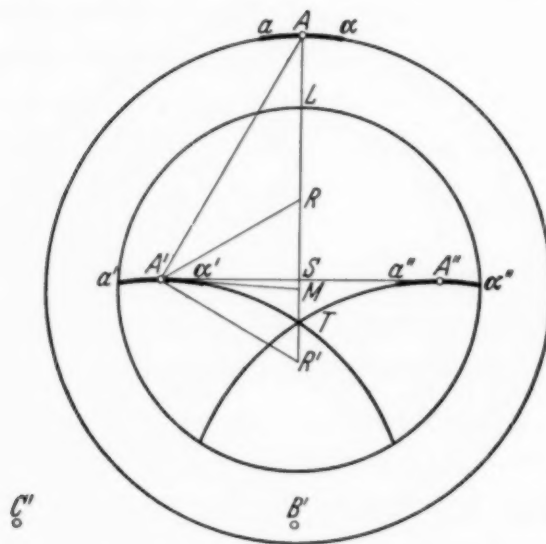


Fig. 15. Schematisches Öffnungsbild zur Erläuterung von Fig. 14b.

vergrößert sich wieder bis zum Werte  $A'M = A'R'$ . In  $R'$  liegt die Objektivmitte  $M$  nicht nur gleich weit von  $A'A''$ , sondern auch von  $B'$ , einem der sechs Beugungsspektren zweiter Ordnung. Die Strichauflösung geht über in eine Punktauflösung, weil wir dann eine dreifache Fresnelsche Interferenz in der Bildebene erhalten. Die Punkte  $R$  und  $R'$  begrenzen daher die Möglichkeit der Strichauflösung im Dunkelfeld und die zueinander gehörenden

Strecken  $MA = a_k$  und  $MA' = a_d$  geben die gesuchte Abhängigkeit der Mindestapertur  $a_d$  des Objektivs von der Apertur  $a_k$  der Dunkelfeldbeleuchtung. Wir bemerken noch, daß die Hälfte der Strecke  $AA' =$  der Hellfeldmindestapertur  $a_h$  wird. Diese ist auch gleich  $A'S$ . Aus dem Dreiecke  $A'MA$  ergibt sich nun  $MA'$  als Funktion von  $MA$ , da der Winkel  $A'AM = 30^\circ$  ist. Es folgt die gesuchte Beziehung der Mindestapertur für Strichauflösung der Pleurosigma im Dunkelfeld:

$$a_d = \sqrt{a_k^2 + 4a_h^2 - 2a_h a_k \sqrt{3}}, \quad (3)$$

wobei

$$2a_h/\sqrt{3} < a_k < 4a_h/\sqrt{3}, \quad (3a)$$

da bei Unterschreitung der unteren Grenze für  $a_k$ , die gleich  $AR$  ist, Hellfeld und bei Überschreitung der oberen, die gleich  $AR'$  ist, Punktauflösung auftritt. Damit ist im Sinne der Nichtselbstleuchterabbildung der große Unterschied der für die Strichauflösung im Dunkelfeld erforderlichen Mindest-

aperturen [Formel (3)] an dem Beispiel eines mehrfachen Gitters, das der Pleurosigma entspricht, gegenüber dem einfachen Strichgitter [Formel (1) und (2)] von gleicher Gitterkonstante analytisch formuliert.

Für  $\lambda = 0,436 \mu$  und  $d = 0,56 \mu$  folgt  $a_h = 0,39$  und  $2 a_h/\sqrt{3} = 0,45$  und  $4 a_h/\sqrt{3} = 0,9$ . Der Vergleich der hiernach aus Formel (3) berechneten Mindestaperturen mit den von Stade<sup>1)</sup> beobachteten ergibt nach Tabelle 3 eine ausreichende Übereinstimmung. Die letzte Spalte gibt einen Vergleich mit einem einfachen Strichgitter von gleicher Gitterkonstante.

Es ist anzunehmen, daß die mikroskopische Einrichtung von Stade nicht fein genug war, um die Variation in  $a_d$  nach der Berechnung festzustellen. Da die Beobachtung bis  $a_k > 1,2$  sich erstreckte, ist dem Beobachter der Übergang von der Strich- in die Punktauflösung entgangen. Seine theoretische Zickzackkurve (Fig. 16) wird vom Autor durch keine Formel belegt. Sie ist aber verfehlt, wie auch sein Schluß, daß die Abbesche Theorie eine viel größere Mindestapertur erfordere, als der Beobachtung entspricht. Seine eigene Messung widerspricht nicht der Abbeschen Lehre, wohl aber die Formel, die sich der Autor für seine Zickzackkurve zurechtgemacht hat, ohne sie zu veröffentlichen.

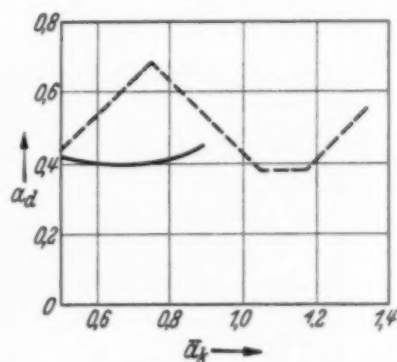


Fig. 16. Mindestaperturen für Strichauflösung nach Formel (3) für Pleurosigma, ausgezogener Kurventeil, zum Vergleich mit einer gestrichelten Zickzackkurve nach Stade.

Wir schließen bei der Pleurosigma wie bei den Diplokokken, daß die Dunkelfeldbeobachtungen auch an der Pleurosigma mit den Prinzipien

Tabelle 3. Mindestaperturen  $a_d$  zur Strichauflösung im Dunkelfeld von Pleurosigma nach der Nichtselbstleuchtertheorie in Abhängigkeit von der Apertur  $a_k$  der Dunkelfeldbeleuchtung.

| $a_k$                             | $a_d$                        |                          |   |
|-----------------------------------|------------------------------|--------------------------|---|
|                                   | berechnet<br>nach Siedentopf | beobachtet<br>nach Stade | berechnet   |
| 0,5                               | 0,43                         | 0,44                     | Hellfeld  |
| 0,6                               | 0,40                         | 0,44                     |   |
| 0,7                               | 0,40                         | 0,44                     |   |
| 0,8                               | 0,41                         | 0,44                     |   |
| 0,9                               | 0,46                         | 0,44                     |   |
| Pleurosigma als mehrfaches Gitter |                              |                          | 0,76  |
|                                   |                              |                          | 0,66  |
|                                   |                              |                          | Einfaches Gitter von<br>gleicher Gitterkonstante<br>zum Vergleich |

<sup>1)</sup> G. Stade, ZS. f. Phys. 86, 376, Fig. 3, 1933.

der Abbeschen Lehre in Einklang sind. Man darf nicht einfach übersehen, daß es sich um ein *mehrfaches* Gitter handelt, das nach der Nichtselbstleuchtertheorie anderen Abbildungsgesetzen unterliegt, wie ein *einfaches* Strichgitter von gleicher Gitterkonstante. —

Noch eine andere Diatomee, *Amphipleura pellucida*, eingebettet in Realgar, wird bei Auflösungsfragen verwendet. Ihre beiden Streifensysteme verlaufen unter  $90^\circ$ , die gröbere Querstreifung hat eine Gitterkonstante zwischen  $0,25$  und  $0,28 \mu$ , die feinere Längsstruktur von etwa  $0,20 \mu$ .

Wegen ihrer Feinheit ist sie besonders geeignet, die Randbeugung zu zeigen, wenn man sie nahe der Auflösungsgrenze abbildet, und die Beleuchtung durch eine Halbblende oder eine  $60^\circ$ -Sektorblende abdeckt. Das

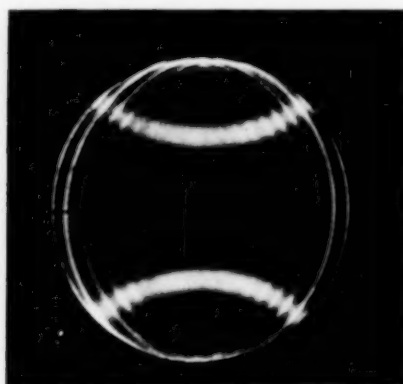


Fig. 17a. Öffnungsbild von *Amphipleura pellucida* im Objektiv von 1,3 Apertur mit Leuchtbildkondensor von 1,43 Apertur im Dunkelfeld aufgenommen.



Fig. 17b. Dasselbe, aber mit dicht vor dem Kondensor eingelegter Halbblende.

volle Öffnungsbild zeigt Fig. 17a im monochromatischen Lichte mit einem Apochromat Zeiss  $90\times$  von 1,3 Apertur und Leuchtbildkondensor von 1,4 Apertur. Die beiden breiten Kreisbogenteile sind von der Querstreifung erzeugte Beugungsbilder des Öffnungskreises des Leuchtbildkondensors, verbreitert durch die Schwankungen der Gitterkonstante. *Keiner von ihnen findet einen homologen Interferenzpartner, so daß sie allein nur ein leeres Bild erzeugen würden.* Aber außerdem laufen senkrecht dazu links und rechts symmetrisch sehr enge Kreisbogenteile, welche die beiden Ränder und die Mittellinie der Diatomee als Fraunhofersche Beugungserscheinung etwa wie ein dreifacher Spalt vom Öffnungskreis des Kondensors in der Austrittspupille des Mikroskopobjektivs entwerfen. Deren Mitwirkung erzeugt zwar keine strenge Auflösung, aber doch eine so weit gehende Andeutung der Struktur, daß man die mittlere Gitter„konstante“ der Querstreifung und an einigen Stellen mit Punktauflösung (Fig. 18a) sogar die ersten



Abstände der noch feineren Längsteilung ermitteln kann<sup>1)</sup>. Bei diesem Bilde ist eine Halbblende dicht vor dem Dunkelfeldkondensor eingeschaltet, deren Kante parallel der Mittellinie lag. Dreht man diese Halbblende

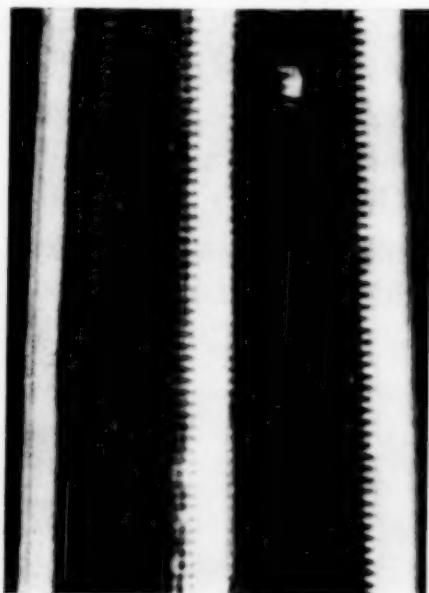


Fig. 18 a. Halbblende || Mittelrippe.

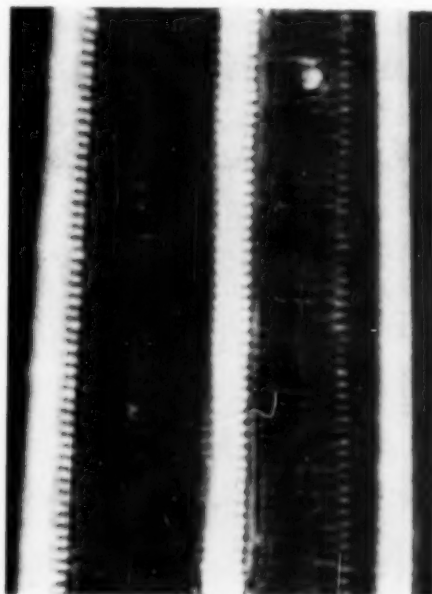


Fig. 18 b. Halbblende um 180° gedreht.

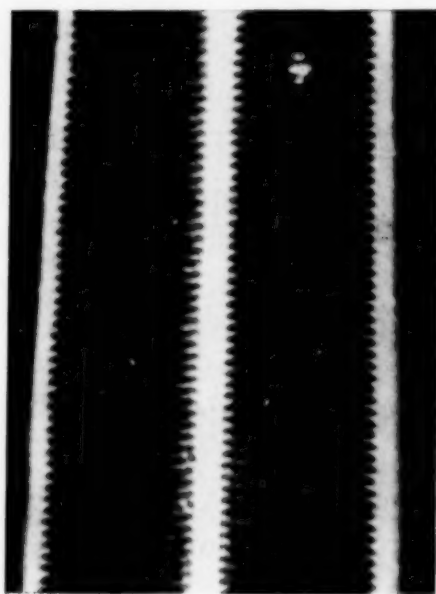


Fig. 18 c. Halbblende ⊥ Mittelrippe.

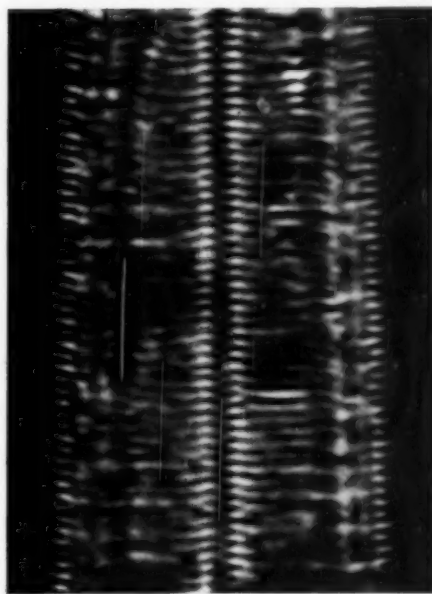


Fig. 18 d. 60° Sektorblende, deren Halbierungslinie || Mittelrippe.

Dunkelfeldaufnahmen von *Amphipleura pellucida*. Unvollkommene Auflösung,  $\lambda = 0,546 \mu$ .

<sup>1)</sup> Fig. 18a erinnert sehr an Fig. 2 in einer früheren Mitteilung, in der ich zeigte, wie man durch gleichzeitige Abbildung einer Halbblende auf ein nicht aufgelöstes Gitter an den auftretenden Zacken der Kante dieser Halbblende den Ort der Gitterstriche sichtbar macht. H. Siedentopf, ZS. f. Phys. **109**, 262, Fig. 2, 1938.

um  $180^\circ$ , so entsteht Fig. 18b. Während zuerst in jeder Schalenhälfte die Strichenden auf der rechten Schalenseite erscheinen, kommen sie nach der Drehung nur auf der linken Seite deutlich zum Vorschein. Das sehr ungenaue Naturgitter dieser Diatomee verrät sich im Innern der Diatomee an dieser Grenze des Auflösungsvermögens durch auffällige Kontrastschwankungen nach Analogie von Fig. 8d. Die Wirkung der Halbblende auf das Öffnungsbild erläutert Fig. 17b. Dreht man die Halbblende so, daß die Kante senkrecht zur Mittellinie verläuft, so entsteht ein Bild nach Fig. 18c, das

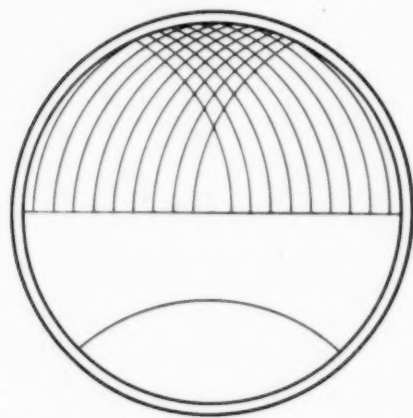


Fig. 19. Schematische Zeichnung des halben Öffnungsbildes von *Amphipleura pellucida* bei Dunkelfeldbeleuchtung.

im monochromatischen Licht der grünen Quecksilberlinie aufgenommen wurde. Jetzt erscheinen die Enden der Querlinien auf beiden Seiten jeder Schalenhälfte. Auffällig ist der krummlinige Verlauf der Querstriche und ebenso die Schmalheit der Schalenränder und der Mittellinie gegen deren Breite in den Fig. 18a und 18b. Sie werden noch schmaler und erscheinen dunkel statt hell (Fig. 18d), wenn wir die Halbblende mit einer Sektorblende vertauschen von  $60^\circ$  Öffnungswinkel, dessen Halbierungslinie parallel zur Mittellinie gerichtet ist.

In allen vier Bildern der *Amphipleura* ist dieselbe Stelle der gleichen Schale aufgenommen. Fig. 19 zeigt noch eine schematische Zeichnung unter möglichster Einhaltung der Dimensionen nach dem Negativ des Öffnungsbildes von Fig. 17b. Der äußere Kreis entspricht der Apertur der Dunkelfeldbeleuchtung durch den Leuchtbildkondensor.

Es ist kein Zweifel, daß durch diese Zusammenwirkung von Gitterstörungen und Randbeugung Bilder erhalten werden, die schon da eine besondere Art *unvollkommener* Auflösung zeigen, wo in den entsprechenden Idealfällen streng gleicher Gitterkonstante noch keine Auflösung eintritt. Wir werden an Stellen, wo, wie z. B. in Fig. 18d, die Auflösung von drei aufeinanderfolgenden Intervallen besonders stark wird, an die Fig. 5b und andere erinnert, welche ein arg verzerrtes und entstelltes, also unvollkommenes Bild der Teilung gegenüber dem besseren Bild Fig. 1a zeigten. Deshalb werden Messungen an der Grenze des Auflösungsvermögens wenig genau und eine beabsichtigte theoretische Berechnung muß vorläufig auf genau definierte Einzelfälle beschränkt bleiben.

(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Chemie, Berlin-Dahlem.)

## Die untere Grenze des kontinuierlichen $\beta$ -Spektrums des Ra E.

Von Arnold Flammersfeld in Berlin-Dahlem.

Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 5. April 1939.)

Ein Spektrograph mit Geiger-Müller-Zählrohr wird beschrieben, der auch  $\beta$ -Teilchen kleiner Energien bis herunter zu 5 e-kV noch nachzuweisen gestattet. Präparate mit besonders dünner Schicht wurden hergestellt und mit ihnen die Einflüsse von Zählerverschlußfolien und Quellenunterlagen untersucht. Dabei wurden Ergebnisse gewonnen, die für die gesamte  $\beta$ -Spektroskopie von Wichtigkeit sind. Mit Ra E-Präparaten, die auf sehr dünnen Glimmerfolien niedergeschlagen waren, wurde eine Energieverteilungskurve aufgenommen, die von 25 e-kV an bis zur oberen Grenze frei von allen sekundären Einflüssen ist. Diese Kurve wurde mit den aus der Theorie des  $\beta$ -Zerfalls abgeleiteten Energieverteilungen verglichen.

Bei der Erforschung des  $\beta$ -Zerfalls steht heute die Frage nach der Form der Energieverteilungskurve der vom Kern emittierten  $\beta$ -Teilchen im Vordergrund des Interesses. Für die Messung dieser Verteilung stehen im wesentlichen zwei Methoden zur Verfügung, die Wilson-Kammer mit Magnetfeld und der magnetische Vakuumspektrograph mit Geiger-Müller-Zählrohr. Zahlreiche Untersuchungen sind mit ihnen ausgeführt worden, doch zeigt die mangelnde Übereinstimmung der von verschiedenen Autoren gemessenen Kurven deutlich, daß bis jetzt noch unerkannte oder zu wenig beachtete Sekundäreffekte die Resultate solcher Messungen entstellen. Besonders groß sind die Diskrepanzen im Gebiet der kleinen Energien, so daß man dort nur wenig über den wahren Verlauf des Spektrums weiß.

Die vorliegende Arbeit, über die bereits teilweise berichtet wurde<sup>1)</sup>, hatte nun das Ziel, ein einfaches  $\beta$ -Spektrum mit möglicher Genauigkeit bis zu den kleinsten Energien herab zu messen und gleichzeitig festzustellen, wieweit die verschiedenen, zahlreich vorhandenen Fehlerquellen die Resultate verfälschen können. Wenn man ein einfaches  $\beta$ -Spektrum messen will, so darf der Prozeß der  $\beta$ -Emission nicht zu mehreren Anregungsstufen des Folgekerns führen, weil sonst das  $\beta$ -Spektrum eine Überlagerung mehrerer einfacher Spektren mit verschiedener oberer Grenze darstellt. Von dieser

<sup>1)</sup> A. Flammersfeld, Phys. ZS. **38**, 973, 1937; ZS. f. techn. Phys. **18**, 547, 1937; Diss. Berlin 1938.

Komplikation ist man nur mit Sicherheit frei, wenn der untersuchte  $\beta$ -Strahler keine  $\gamma$ -Strahlung besitzt. Da die künstlich-radioaktiven  $\beta$ -Strahler noch nicht in genügender Intensität zur Verfügung standen, wurde das RaE gewählt, das sich in genügender Reinheit und Stärke darstellen läßt.

#### *Apparatur.*

Obwohl die Wilson-Kammer viel für die Messung von  $\beta$ -Spektren verwendet wird, konnte eine solche Anordnung für den vorgegebenen Zweck aus folgenden Gründen nicht befriedigen. Die Sichtbarmachung der Bahn in der Wilson-Kammer bringt es mit sich, daß dem  $\beta$ -Teilchen fortgesetzt Energie entzogen wird, so daß bei kleinen Energien die Bahnen keinen konstanten Krümmungsradius haben. Außerdem beeinträchtigt die stets vorhandene Streuung der Elektronen an den Atomen des Füllgases die Genauigkeit der Energiebestimmung ganz wesentlich. Die daraus entspringenden Fehler können, wie in neuerer Zeit Experimente von Zuber<sup>1)</sup> in Übereinstimmung mit den Botheschen Formeln für Mehrfachstreuung gezeigt haben, auch bei größeren  $\beta$ -Energien noch erhebliche Beträge haben. Dann zeigt die Wilson-Kammer für langsame Elektronen eine größere Empfindlichkeit als für schnelle, so daß man auf veränderte Empfindlichkeit korrigieren muß<sup>2)</sup>. Endlich gestattet die Wilson-Kammer nur wenige Teilchen zu registrieren, so daß die erreichbare Genauigkeit schon wegen der statistischen Fehler gering ist. Werden doch im magnetischen Spektrograph für einen Meßpunkt meist mehr Teilchen gezählt als in der Wilson-Kammer für das ganze Spektrum.

Aus diesen Gründen wurde für die vorliegende Arbeit ein magnetischer Vakuumspektrograph mit Zählrohr verwendet, der von diesen Fehlern weitgehend frei ist und der daher eine wesentlich höhere Genauigkeit zu erzielen gestattet. Doch muß man sich auch bei einer solchen Apparatur über folgende Fehlermöglichkeiten im klaren sein, deren Erkennen und Vermeiden die Hauptschwierigkeit der  $\beta$ -Spektroskopie darstellt:

1. Die Geschwindigkeitsverluste der Elektronen in der Präparatsschicht selbst. Wenn das Präparat, d. h. die eigentliche aktive Substanz, eine gewisse Schichtdicke besitzt, haben die Elektronen je nach dem Ort ihrer Emission verschiedene Schichten durchlaufen und daher verschiedene Energieverluste erlitten. Eine ursprünglich homogene Linie wird also verbreitert und geschwächt erscheinen.

---

<sup>1)</sup> K. Zuber, *Helv. Phys. Acta* **11**, 207, 1938. — <sup>2)</sup> H. O. W. Richardson u. A. Leigh-Smith, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **162**, 391, 1937.



2. Falsche Streustrahlung. Es besteht die Möglichkeit, daß von den Wänden und Spalten gestreute Strahlung in den Zähler gelangt und das zu messende Spektrum erheblich entstellt.

3. Rückstreuung von der Unterlage der Quelle. Alle Materie, die von Elektronen getroffen wird, sendet ihrerseits sekundäre Strahlung aus. Da das Material, auf dem die Quelle niedergeschlagen ist, wegen der unmittelbaren Nähe der Quelle besonders stark mit Elektronen bestrahlt wird, wird auch die sekundäre Strahlung hier besonders stark sein.

4. Die Absorption in der Zählerverschlußfolie. Der Zähler muß durch eine Folie verschlossen sein, und eine solche Folie absorbiert und streut die Elektronen geringer Energie und verringert dadurch die Zahl der in den Zähler gelangenden Elektronen in einem stark von der Energie abhängigen Betrage.

Die Konstruktion des Spektrographen wurde daher so gewählt, daß diese Effekte nach Möglichkeit herabgesetzt wurden. Die Einzelheiten seien im folgenden kurz beschrieben:

1. *Spektrograph.* Der Spektrograph arbeitete nach der Danyszschen Halbkreisemethode, seine Bauart zeigt Fig. 1. Das Gehäuse ist aus Elektronmetall gegossen und besitzt eine Wandstärke von 5 mm. Die Konstruktion bezweckt, ihn möglichst geräumig zu haben, damit die Wände überall genügend weit vom Strahlengang entfernt sind. Außerdem ist er innen noch mit 2 mm dicken Kohleplatten ausgekleidet, um die Intensität der von den Wänden kommenden Streustrahlung herabzusetzen. Der Halter für

die Strahlenquelle war besonders leicht gebaut. Er bestand aus einem 1 mm starken Aluminiumdraht, der am Ende aufgebohrt, aufgeschnitten und gabelförmig auseinandergebogen war. An dieser Gabel wurde dann die Unterlage für das Präparat angebracht. Das andere Ende des Drahtes war an einem Schliff befestigt, um die Quellen leicht auswechseln zu können. Eine in der Figur nicht gezeichnete Quellschleuse gestattete noch, die

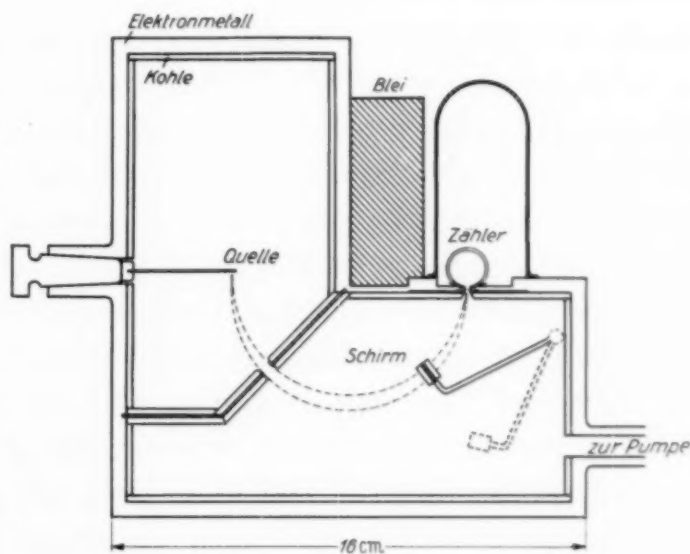


Fig. 1. Spektrograph.

Quellen auszuwechseln, ohne Luft in den Spektrographen zu füllen. Der Krümmungsradius der Elektronenbahnen betrug 4,00 cm. Zur Ausblendung dieser Bahnen wurde mit Rücksicht auf die Streueffekte an den Rändern hier nur eine einzige Blende verwendet, wie es sich schon bei den photographischen Aufnahmen von L. Meitner<sup>1)</sup> als günstig zur Herabsetzung der Intensität der Streustrahlung erwiesen hatte. Die Größe der Blende war  $5 \times 8 \text{ mm}^2$ . Die ausgeblendeten Elektronen gelangen durch den in der Gehäusewand befindlichen Spalt von 10 mm Länge und 0,8 mm Breite in das Zählrohr, das auf der anderen Seite des Gehäuses unter einer Glasglocke angebracht ist. Unter diesem Spalt befindet sich eine Zaponlackfolie, die den luftdichten Abschluß des Zählerraumes gegen den Spektrographen besorgt. Der Spektrograph wurde mit einer Quecksilberdiffusionspumpe auf Hochvakuum ausgepumpt. Der Partialdruck der Luft während der Messungen betrug etwa  $10^{-4} \text{ mm Hg}$ . Durch besondere Versuche wurde festgestellt, daß ein Ausfrieren des Quecksilberdampfes nicht nötig war.

2. *Magnet.* Das Magnetfeld lieferte ein Duboischer Halbringelektromagnet, der mit Polschuhen von 16 cm Durchmesser versehen war. Der Polabstand betrug 5,6 cm, die Homogenität des Feldes in dem benutzten Bereich 0,3%.

3. *Nulleffekt.* Zur Bestimmung des Nulleffektes diente ein Schirm an einer geeigneten Stelle im Strahlengang, der nur wenig größer war als der Querschnitt des Strahlenbündels an dieser Stelle. Er konnte von außen mit Hilfe eines nicht gezeichneten Schliffes herumgeschwenkt werden. Als Zahl der vorhandenen Teilchen bei einer bestimmten Feldstärke wurde stets die Differenz zweier Werte ohne und mit eingeschaltetem Schirm genommen. Der auf diese Weise gemessene Nulleffekt war etwas von der Feldstärke abhängig. Eine Andeutung von der Größe gibt Fig. 6, wo der Nulleffekt mit eingetragen ist. Das Vorhandensein von Elektronen auch bei geschlossener Blende zeigt, daß noch ein geringer Teil von Elektronen durch Streuung an den Wänden des Spektrographen in den Zähler gelangt. Da man aber wegen der Kleinheit des Schirmes fast alle diese Strahlen im Nulleffekt mißt, korrigiert man richtig auf sie. Die hier verwendete Anordnung ist daher der mit vielen Blenden arbeitenden vorzuziehen, bei der man einfach annimmt, daß keine Streustrahlung vorhanden ist, ohne daß dies besonders geprüft wird.

4. *Zählrohr und Verstärker.* Das verwendete Zählrohr war sehr klein, um den natürlichen Nulleffekt klein zu halten. Es war aus Messing hergestellt und hatte innen gemessen 11 mm Länge und 10 mm Durchmesser bei 1 mm

<sup>1)</sup> L. Meitner, ZS. f. Phys. **17**, 54, 1923.

Wandstärke, mit einem Spalt von  $10 \times 1 \text{ mm}^2$ . Als Material für die Stopfen diente Hartgummi und als Innendraht ein Aluminiumdraht von 0,2 mm Durchmesser. Das Zählrohr war unverkittet auf dem Spektrographengehäuse befestigt, wobei beide durch ein dünnes Hartgummiplättchen mit Spalt voneinander elektrisch isoliert waren. Es befand sich unter einer auf dem Gehäuse festgekitteten Glasglocke, die mit 12 cm Luft gefüllt war, so daß auch im Zählrohr dieser Druck herrschte. Ein zwischen Quelle und Zähler angebrachter Bleiblock von 2,5 cm Dicke hatte die Aufgabe, den Zähler vor etwaiger  $\gamma$ -Strahlung der Quelle zu schützen. Die Folie, die den im Gehäuse befindlichen Spalt verschloß, war bei den endgültigen Messungen eine 0,3  $\mu$  dicke Zaponlackmembran. Die Elektronen hatten auf ihrem Wege in den Zähler also nur diese eine Folie zu durchdringen. Bei einem Teil der Vorversuche war statt der dünnen Folie noch eine solche von 2  $\mu$  Dicke eingebaut.

Das Zählrohr wurde betrieben in der von Neher und Harper<sup>1)</sup> angegebenen Schaltung, die sich sehr bewährte. Die Zählstöße wurden verstärkt und zum Zünden eines Thyratrons verwendet, welches einen parallel zum Anodenkreis liegenden Kondensator von 0,1  $\mu\text{F}$  entlud. Mit den Ladeströmen dieses Kondensators, die maximal 10 mA betrugen, wurde das Zählrohr betrieben. Zum Zählen wurde ein hoch auflösendes mechanisches Zählwerk benutzt, das eine Registrierzeit von  $5 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$  hat<sup>2)</sup>.

**5. Auflösungsvermögen.** Bei Zählungen statistisch verteilter Impulse muß man berücksichtigen, daß wegen des endlichen Auflösungsvermögens der Apparatur stets eine gewisse Zahl von Teilchen nicht zur Zählung gelangt, da alle diejenigen Teilchen verlorengehen, die innerhalb der Auflösungszeit  $\tau$  mit einem vorhergehenden Impuls zusammenfallen. Dabei können die Verstärker im Prinzip auf zwei Arten auf solche Impulse reagieren: Entweder der zweite Impuls läuft auch einfach die Zeit  $\tau$  von seinem Beginn an, so daß man im Zählwerk einfach einen einzigen Impuls von entsprechend größerer Länge hat, oder der zweite Impuls macht gar nichts und geht verloren, weil das System blockiert ist. Im allgemeinen wird übrigens ein Verstärker ein Verhalten zeigen, das irgendwo zwischen diesen beiden Grenzfällen liegt. Die vorliegende Apparatur war nun so eingerichtet, daß sie möglichst dem zweiten Verhalten nahe kam. Dann ist zur Korrektur die zuerst von Ruark und Brammer<sup>3)</sup> angegebene Formel 
$$N' = \frac{N}{1 + N\tau}$$

<sup>1)</sup> H. V. Neher und W. H. Harper, Phys. Rev. **49**, 940, 1936. —

<sup>2)</sup> A. Flammersfeld, Naturwissensch. **24**, 522, 1936. — <sup>3)</sup> A. E. Ruark und F. E. Brammer, Phys. Rev. **52**, 322, 1937.

zu verwenden, wo  $N'$  die registrierte und  $N$  die wirkliche Teilchenzahl ist. Die Zeitkonstante  $\tau$  des Zählwerkes, die die größte und daher die maßgebende war, wurde aus Messungen mit Wechselstrom bekannter Frequenz zu  $5 \cdot 10^{-3}$  sec bestimmt. Zur Kontrolle wurde aber noch mit dem Zähler eine ThC-Abfallkurve aufgenommen. Das Ergebnis zeigt Fig. 2, in der die

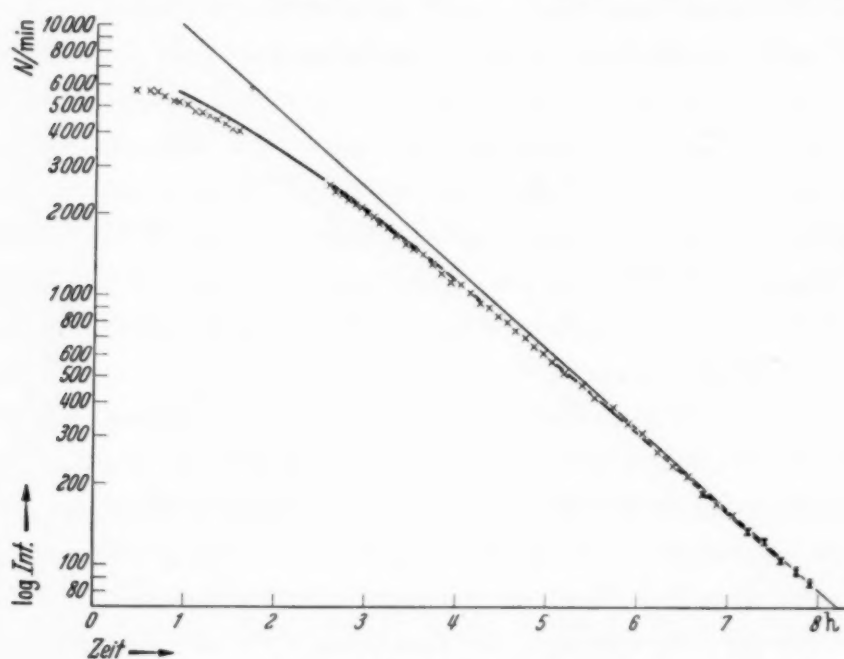


Fig. 2. Experimentell bestimmte Auflösungskurve (Th C-Abfall).

Meßpunkte und zu einigen von ihnen die mittleren statistischen Fehler eingetragen sind. Bei den hohen Teilchenzahlen lassen sich diese nicht mehr sichtbar eintragen. Durch die unteren Punkte ist dann eine Gerade mit der Halbwertszeit des ThC, nämlich 60,5 min, gelegt. Da bei kleinen Teilchenzahlen die Abweichungen verschwinden, stellt diese Gerade also die wahre vorhandene Teilchenzahl dar. Die ausgezogene Kurve ist das zu dieser Geraden berechnete  $N'$  mit  $\tau = 5 \cdot 10^{-3}$  sec. Wie man sieht, ist  $N'$  unterhalb etwa 3000 Teilchen pro Minute vorzüglich zur Darstellung der Messungen geeignet. Es wurden daher alle im folgenden gemessenen Teilchenzahlen mit Hilfe der Formel korrigiert. Um einen Begriff von der Größenordnung der Korrekturen zu geben, sei bemerkt, daß z. B. bei 1000 Teilchen p. M. die Korrektur etwa 10% beträgt. Bei den Messungen wurden maximal 750 T. p. M. gezählt.

#### Vorversuche.

1. *Zählrohreigenschaften.* Die Zuverlässigkeit des Zählrohres wurde eingehend geprüft. Die bei 175 Teilchen p. M. aufgenommene Charakteristik zeigte trotz der Kleinheit des Zählrohres von etwa 90 Volt über der 1650 Volt



betragenden Einsatzspannung an einen horizontalen Verlauf, der bis 180 Volt verfolgt wurde. Die Empfindlichkeit des Zählrohres wurde stets vor und nach den Messungen eines Tages mit einem konstanten  $\gamma$ -Präparat kontrolliert. Die von diesem herrührende Teilchenzahl blieb während der ganzen Messungen konstant, so daß keine Umrechnungen auf veränderte Empfindlichkeit notwendig waren.

Es wurde auch durch besondere Versuche kontrolliert, ob das verwendete Zählrohr für  $\beta$ -Strahlen verschiedener Energie eine verschiedene Ansprechwahrscheinlichkeit besaß. Zu diesem Zwecke wurden von einem ThB + C-Präparat  $\beta$ -Teilchen von 1 MeV gezählt und der Gasdruck im Zählrohr variiert. Dabei lag die Zählspannung stets 100 Volt über der jeweiligen Einsatzspannung.

Es ergab sich, daß eine Verringerung des Gasdruckes von 12 cm auf 8 cm eine Verringerung der Ausschlagszahl um 8% zur Folge hatte. Dagegen ergab eine Erhöhung des Gasdruckes von 12 auf 16 cm keine Erhöhung der gezählten Teilchenzahl mehr. Da der Betriebsdruck nicht unnötig hoch gewählt werden sollte, wurde der von 12 cm benutzt, wo offenbar schon konstante Ansprechwahrscheinlichkeit erreicht war.

**2. Sauberkeit der Quellen.** Die Strahlenquelle muß eine möglichst geringe Schichtdicke haben. Das RaE wird am reinsten hergestellt nach dem Erbacherschen Verfahren durch Abscheidung auf wasserstoffbeladenem Platin<sup>1)</sup>. Für die eigentlichen Versuche kommt Platin als Unterlage wegen der zu großen Rückstreuung nicht in Frage, sondern nur ein Material von kleiner Kernladungszahl. Es mußte also die aktive Substanz dann noch auf eine andere Unterlage aufgebracht werden. Die Entscheidung, welches Verfahren hierzu am vorteilhaftesten war, wurde mit Hilfe des Linienspektrums des ThB getroffen. Es wurden von einem in Thorium-Emanation aktivierten Platinblech in verschiedener Weise Präparate hergestellt und aus der Schärfe der Linien auf die Brauchbarkeit der Präparate geschlossen. Nach einigen vergeblichen Versuchen wurde folgendes Verfahren als gut befunden: Die aktive Substanz wurde mit etwas Säure vom Platin abgelöst und ein kleines Tröpfchen auf der Unterlage eingetrocknet. Mit Säuren, die frisch destilliert, mit mehrfach destilliertem Wasser verdünnt und nur mit Gefäßen aus Jenaer Glas in Berührung gekommen waren, ließen sich dann Präparate erzielen, die so hervorragend sauber waren, daß mit ihnen einige bisher noch nicht entdeckte extrem weiche

<sup>1)</sup> O. Erbacher, ZS. f. phys. Chem. (A) **156**, 142, 1931; Naturwissensch. **20**, 390, 1932. Herrn Doz. Dr. Erbacher möchte ich auch hier für die freundliche Überlassung einiger RaE-Präparate bestens danken.

Linien des ThB + C mit Energien von 7 bis 11 e-kV nachgewiesen werden konnten. In Fig. 3 ist der mit solchen Präparaten erhaltene Anfang des ThB + C-Spektrums in  $H_Q$ -Darstellung wiedergegeben. Die Schärfe z. B.

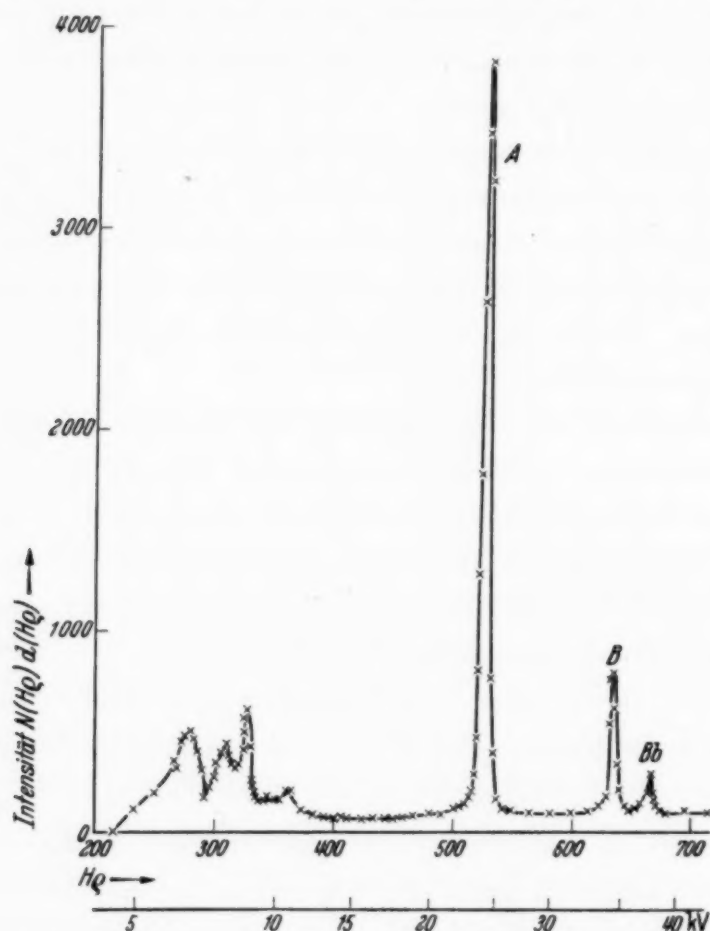


Fig. 3. Teil des Spektrums von Th (B + C). Aufgenommen zur Prüfung der Apparatur.

der Linie *A* von 25 e-kV zeigt, daß ein Inhomogenwerden homogener Geschwindigkeitsgruppen selbst bei diesen Energien praktisch vermieden werden konnte.

3. *Streustrahlung.* Mit Hilfe dieser Linien konnte nun auch eine Prüfung auf das Vorhandensein von Streustrahlung fremder Energie vorgenommen werden. Die Linie *A* z. B. ist 35 mal so hoch wie das kontinuierliche Spektrum in der Umgebung von ihr. In der Mitte muß also die in den Zähler gelangende Strahlung zu mehr als 96% homogen sein. Nun wurde vor den Zählerspalt eine Zaponlackfolie von 2  $\mu$  Dicke zusätzlich vorgeschaltet und die Schwächung in der Mitte der Linie und im kontinuierlichen Spektrum zu beiden Seiten gemessen. Die Meßpunkte liegen alle auf einer monotonen Kurve, so daß also z. B. in der Nachbarschaft der Linie *A* auch das Kontinuum weitgehend homogen sein muß.

Die Frage der Rückstreuung von der Quellenunterlage ist schwieriger zu klären, denn da die rückgestreuten Elektronen aus unmittelbarer Nähe der Quelle kommen, kann man sie nicht ohne weiteres von den richtigen unterscheiden. Es müssen dazu also andere Kriterien herangezogen werden.

### Ergebnisse.

1. RaE auf Diamant. Die ersten Messungen wurden an einem Präparat angestellt, das auf Diamant niedergeschlagen war. Dieses Material wurde deshalb gewählt, weil Kohlenstoff nach Schonland<sup>1)</sup> besonders geringe Rückstreuung aufweist. Der verwendete Kristall war 5 mm lang und 0,4 mm dick. Das Ergebnis zeigt Kurve IV der Fig. 4. An ihr war besonders

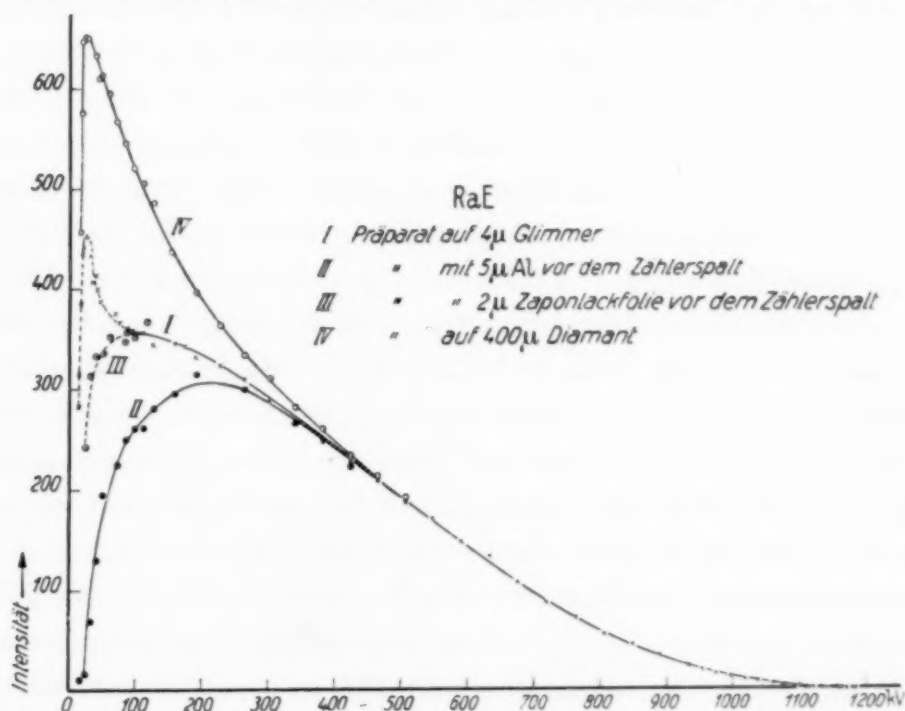


Fig. 4. Einfluß von Sekundäreffekten auf die Kurvenform des  $\beta$ -Spektrums.

die große Zahl von langsamen Elektronen auffällig, und es erhob sich die Frage, ob diese durch einen sekundären Effekt verursacht würden. Da Wandstreustrahlung als Ursache nicht in Frage kam, blieb die Möglichkeit, daß die Kurve stark durch rückgestreute Strahlung gefälscht sein könnte. Wahrscheinlich gemacht wurde dies durch eine Integration über die Kurve, die als mittlere Energie 300 e-kV ergab, während nach den genauen kalorimetrischen Messungen von Meitner und Orthmann<sup>2)</sup> diese  $337 \text{ e-kV} \pm 20$  sein sollte. Es war also zu versuchen, den Rückstreuanteil herabzusetzen

<sup>1)</sup> B. F. J. Schonland, Proc. Roy. Soc. London (A) **104**, 235, 1923; **108**, 187, 1925. — <sup>2)</sup> L. Meitner u. W. Orthmann, ZS. f. Phys. **60**, 143, 1930.

durch eine günstigere Unterlage. Der einzige Weg dazu war offenbar, die Unterlage dünner zu machen. Da dies beim Diamant nicht ausführbar erschien, wurde Glimmer gewählt, der sich durch hohe chemische Beständigkeit auszeichnet und leicht in dünnen Schichten zu erhalten war.

2. *RaE auf Glimmer.* Der Glimmer wurde in größeren Stücken auf 4  $\mu$  Dicke gespalten und dann in Streifen von 0,6 mm Breite und 8 mm Länge zerschnitten. In der Mitte eines solchen Streifens wurde dann RaE niedergeschlagen und der Streifen mit den Enden an dem Präparathalter befestigt. Die aktive Stelle besaß etwa 0,4 mm Durchmesser. Die mit einem solchen Präparat erhaltene Energieverteilung zeigt Kurve I der Fig. 4. Ein Vergleich mit der Diamantkurve zeigt, daß bei großen Energien sich die Kurven zur Deckung bringen lassen, während bei kleinen Energien Kurve I erheblich niedriger liegt. Die Diamantkurve liegt in diesem Gebiet stellenweise bis zu 50% höher. Das zeigt eindeutig, daß beim Diamant starke Rückstreuung vorlag. Die Kurve mit dem Glimmerpräparat mußte also der wirklichen Verteilung schon bedeutend näher kommen. Aber es war nicht zu erwarten, daß die Rückstreuung schon völlig beseitigt war. Vielmehr schien der Verlauf der Energiekurve zwischen 0 und 100 e-kV auf einen gewissen, noch vorhandenen Anteil von Rückstreuung hinzudeuten.

Ehe damit begonnen wurde, den Effekt der Rückstreuung weiter zu untersuchen, wurde an diesen Präparaten noch der Einfluß der Zählerfolien untersucht. Es wurden dazu vor den Zählerspalt, der bei diesen und den besprochenen Versuchen noch mit einer 2  $\mu$ -Folie verschlossen war, zusätzlich eine 5  $\mu$  dicke Aluminiumfolie vorgeschaltet und dann das Spektrum noch einmal aufgenommen. Das Ergebnis gibt Kurve II der Fig. 4. Der Einfluß dieser Folie ist ziemlich groß. Der Versuch zeigt, daß durch eine genügend dicke Zählerfolie ein Maximum vorgetäuscht werden kann, welches bei um so höheren Energien liegt, je dicker die Folie ist. Daß die Schwächung so stark ist, liegt natürlich daran, daß nicht reine Absorption vorliegt, sondern daß wegen der Geometrie am Spalt auch die Streuung einen Zählverlust bewirkt.

Die Versuche zeigen also deutlich, wie die beiden Effekte Rückstreuung von einer dicken Unterlage und Schwächung in einer dicken Zählerfolie in unkontrollierbarer Weise das Spektrum verändern können, so daß eine vollständige Entstellung des gemessenen Spektrums resultieren kann, wenn solche Effekte vorliegen, wie es in zahlreichen früheren Arbeiten anderer Autoren der Fall war. Kurve III derselben Figur zeigt noch die Veränderung durch eine zusätzliche 2  $\mu$ -Folie statt der 5  $\mu$ -Folie vor dem Zählerspalt. Eine solche Folie hat also unter den hier herrschenden Ver-



hältnissen noch bis herauf zu 100 e-kV einen intensitätsvermindernden Einfluß, der so beträchtlich ist, daß man von dem Rückstreueffekt nichts mehr merkt. Um also über das Gebiet der kleinen Energien noch sichere Aussagen machen zu können, war es unbedingt notwendig, durch Verwendung von noch wesentlich dünneren Folien für Zählerverschluß und Präparatunterlage die Störeffekte auf Gebiete noch kleinerer Energie zu beschränken. Bei den folgenden endgültigen Messungen wurden daher wesentlich dünnere Zählerverschlußfolien, nämlich Zaponlackfolien von nur 0,3  $\mu$  Dicke eingebaut. Die Dicke der Folien wurde bestimmt, indem das von ihnen reflektierte Licht mit dem Spektroskop untersucht wurde. Aus der Zahl bzw. bei den dünnsten aus der Lage der schwarzen Streifen im Spektrum konnte die Dicke ermittelt werden. Für die Präparate gelang es, Glimmerfolien der gewünschten Größe von nur 0,5  $\mu$  Dicke herzustellen. Darauf wurde in der beschriebenen Weise RaE niedergeschlagen und das Spektrum aufgenommen. Zwecks Kontrolle wurde auch noch einmal eine Kurve mit einem 4  $\mu$ -Glimmerpräparat aufgenommen. Es ergab sich, daß die beiden Kurven oberhalb 100 e-kV völlig identisch waren, daß sie aber unterhalb dieser Energie abwichen. Und zwar zeigte die 4  $\mu$ -Kurve, deren unterhalb 100 e-kV liegender Teil in Fig. 5 mit dargestellt ist, eine große zusätzliche Intensität, die infolge der dünneren Zählerverschlußfolie sogar noch größer als bei der alten 4  $\mu$ -Kurve war. Bei 20 e-kV z. B. betrug der Rückstreueffekt 40%. Das beweist also eindeutig, daß die in Kurve I der Fig. 4 sichtbare Unregelmäßigkeit unter 100 e-kV durch die Rückstreuung an der 4  $\mu$ -Folie verursacht ist, wie in den früheren Arbeiten des Verfassers bereits angenommen wurde. Außerdem zeigte sich, daß die Rückstreuung nur innerhalb eines begrenzten Bereiches von Einfluß ist, so daß man oberhalb dieser Energien auch die dickere Folie benutzen konnte. Da anzunehmen war, daß die 0,5  $\mu$ -Folie bei den kleinsten Energien auch noch einen Betrag an Rückstreuung liefert, wurde mit einer noch dünneren Folie gearbeitet. Auf einer Zaponlackmembran von 0,1  $\mu$  Dicke, die in einem Ring aus 0,1 mm Aluminiumdraht von 6 mm Durchmesser aufgespannt war, wurde in der Mitte ein Tropfen RaE eingetrocknet und dann die Kurve im Gebiet der kleinen Energien aufgenommen. Dabei ergab sich oberhalb 25 e-kV völlige Übereinstimmung mit der 0,5  $\mu$ -Kurve, aber unterhalb zeigte die letztere zusätzliche Intensität, die also auf Rückstreuung an der 0,5  $\mu$ -Folie zurückzuführen war. Daß das nicht auf ein Einziehen des Präparates in die Folie vorgetäuscht sein konnte, wurde an ähnlich hergestellten ThB-Präparaten kontrolliert, die die Linie A von 25 e-kV in fast unverminderter Schärfe lieferten. Das beweist also, daß die Rück-

streuung bei der Glimmerfolie erst unterhalb 25 e-kV einsetzt. Man darf also oberhalb dieser Energie die 0,5  $\mu$ -Kurve benutzen. Da zur genauen Messung einer vollständigen RaE-Kurve immerhin mehrere Tage benötigt werden und die Haltbarkeit der Präparate auf Zaponlackfolien nicht ausreicht, wurde die eigentliche Kurve mit dem 0,5  $\mu$ -Glimmerpräparat gemessen und unterhalb dieser Energie die Messungen mit der 0,1  $\mu$ -Zaponlack-

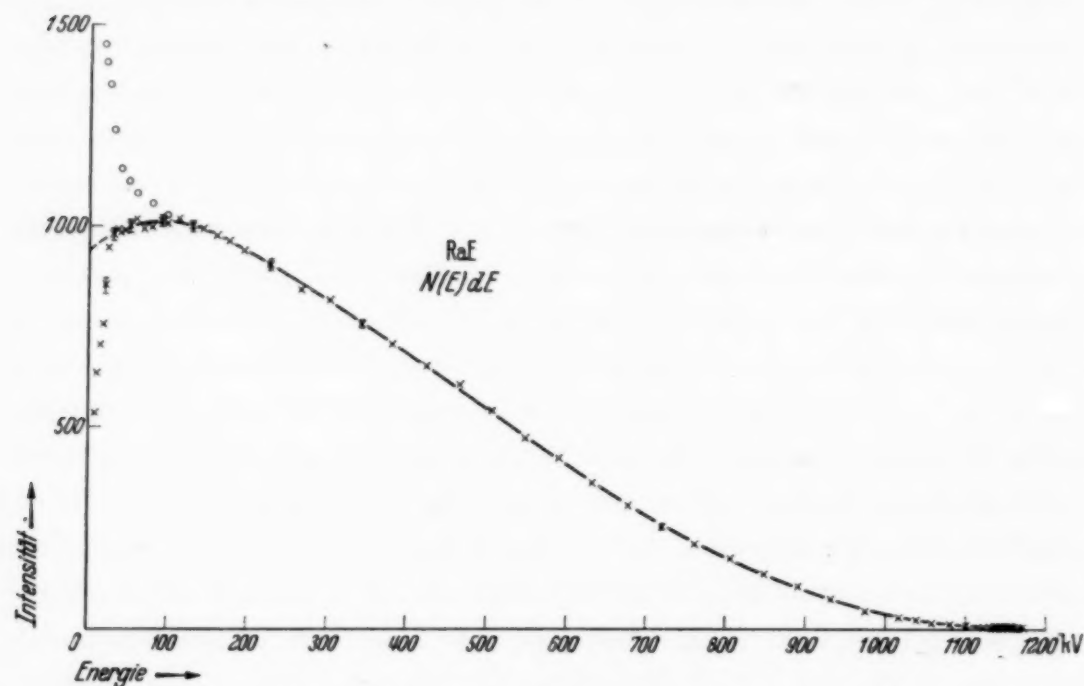


Fig. 5. Energieverteilungskurve der  $\beta$ -Strahlen des Ra E. Unterhalb 25 e-kV extrapoliert. Kreise: Einfluß der Rückstreuung, wenn das Präparat auf 4  $\mu$  Glimmer niedergeschlagen ist.

folie angeschlossen, was mit Hilfe der Elektroskopeichung der Präparate leicht möglich war. Die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse sind in Fig. 5 dargestellt.

Unterhalb 5 e-kV ist die Zählerfolie undurchlässig, also die gemessene Intensität im Spektrum Null. Mit wachsender Energie der  $\beta$ -Strahlen wird dann die Folie zunehmend durchlässiger, so daß ein schnelles Ansteigen stattfindet. Die Intensitätsverminderung durch Streuung in der Folie kann aber keineswegs oberhalb 25 e-kV noch merkbare Beträge annehmen. Da die Rückstreuung oberhalb etwa 15 e-kV nichts mehr ausmachen dürfte, kann man also sagen, daß die gemessene Kurve von etwa 25 e-kV ab den wahren Verlauf des  $\beta$ -Spektrums darstellt. Von dieser Energie ab steigt die Kurve noch etwas an, um bei 90 bis 100 e-kV ein wenig ausgeprägtes Maximum zu haben und dann in der bekannten Weise schnell abzufallen und bei einer Energie von 1170 e-kV zu enden. Da in dem Gebiet unterhalb 25 e-kV die Zählerfolie nur schwächend wirken kann, die Rückstreuung

aber und die Präparatverschmierung, die einen intensitätsvergrößernden Einfluß haben könnten, weitgehend ausgeschaltet sind, kann man also sicher sagen, daß unterhalb von 25 e-kV die von der Folie herabgeminderte Intensität noch von primären  $\beta$ -Strahlen herrührt. Es muß aber als unwahrscheinlich angesehen werden, daß innerhalb des unteren Teiles dieses Gebietes die Kurve noch auf Null herabsinkt, so daß es angebracht erscheint, die Energieverteilungskurve in der gestrichelt eingezeichneten Weise nach kleinen Energien zu extrapolieren. Das bedeutet, daß die Kurve die

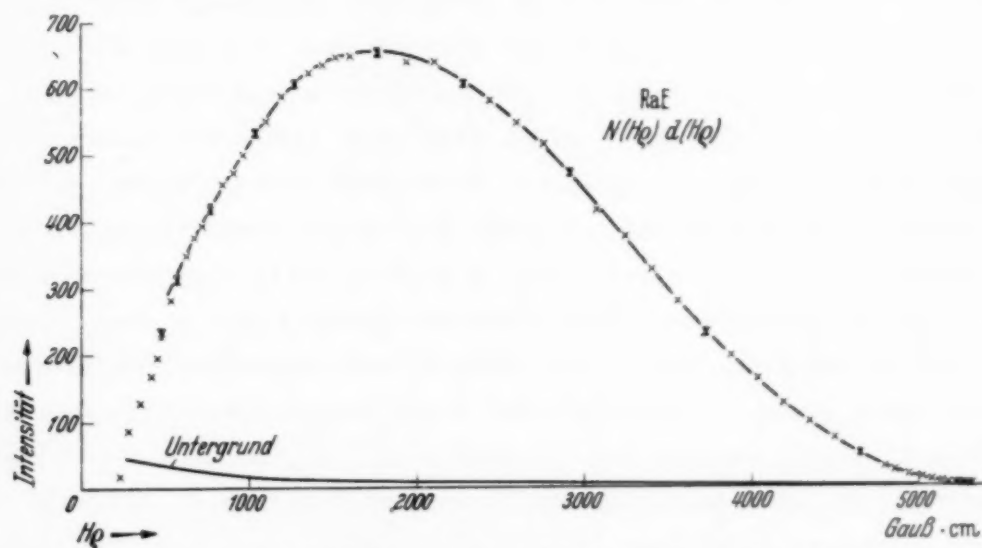


Fig. 6.  $Hq$ -Verteilungskurve der  $\beta$ -Strahlen des RaE.

Ordinatenachse bei einem endlichen Wert schneidet. Die auf diese Weise extrapolierte Kurve liefert als mittlere Energie 330 e-kV in sehr guter Übereinstimmung mit dem kalorimetrisch bestimmten Wert.

In Fig. 6 ist noch die RaE-Kurve in  $Hq$ -Darstellung aufgezeichnet. In dieser Figur ist auch der bei eingeschalteter Blende vorhandene Null-effekt eingezeichnet, wobei zu beachten ist, daß er bei dem dargestellten Spektrum schon abgezogen ist. In beiden Figuren sind noch bei einigen willkürlich herausgegriffenen Punkten die mittleren statistischen Fehler angegeben. Das Maximum dieser Kurve liegt bei  $Hq = 1750$  Gauß · cm. Dieser Wert, der kleiner ist als die Hälfte des maximalen Impulses, stellt also den wahrscheinlichsten Impuls der  $\beta$ -Teilchen dar.

#### Diskussion.

1. *Ältere Messungen.* Über das kontinuierliche  $\beta$ -Spektrum des RaE liegen schon zahlreiche Messungen vor. Die vollständige Literatur findet

sich z. B. bei O'Connor<sup>1)</sup>. Für einen Vergleich kommen aber nur die Arbeiten in Betracht, die mit einem magnetischen Spektrographen ausgeführt sind. In allen diesen Arbeiten sind nun stets bedeutend dickere Zählerverschlußfolien und meist auch bedeutend ungünstigere Quellenunterlagen als selbst hier im Falle des Diamanten verwendet worden. Daher erübrigt sich ein Vergleich der erhaltenen Ergebnisse im Gebiet der mittleren und kleinen Energien, weil sich nicht entscheiden läßt, wo die Sekundäreffekte merkbar werden dürften. Im Gebiet der hohen Energien ist im allgemeinen Übereinstimmung festzustellen; die hier zu 1170 e-kV gemessene obere Grenze stimmt innerhalb der Fehlergrenzen überein mit den von O'Connor<sup>1)</sup>, Lyman<sup>2)</sup>, Langer und Whitaker<sup>3)</sup> und Martin und Townsend<sup>4)</sup> angegebenen Werten, die 1175, 1150, 1170 und 1190 e-kV fanden. Nur Scott<sup>5)</sup> hat den erheblich größeren Wert 1530 e-kV gefunden, der sich aber wohl nicht aufrechterhalten läßt. Im Gebiet kleiner Energien kann man wohl nur die von Alichanian und Zavel'skij<sup>6)</sup> gemessene Kurve zum Vergleich heranziehen. Diese Verfasser hatten eine 1  $\mu$  starke Zählerfolie und ein auf 0,5  $\mu$  Aluminium elektrolytisch abgeschiedenes Präparat. Als Ergebnis geben sie an, daß die RaE-Energieverteilungskurve kein Maximum besitzt, sondern von den kleinsten Energien, d. h. von 25 e-kV an, stetig fällt. Die dort gegebene Kurve zeigt unterhalb 100 e-kV eine durchweg höhere Intensität als die hier vorliegende. Der Unterschied beträgt z. B. bei 50 e-kV etwa 10%. Diese Abweichung kann wegen der dort dickeren Folie nicht auf Folienabsorption beruhen. Es erscheint aber möglich, daß jene Abweichungen durch eine mangelnde Sauberkeit der Präparate verursacht sind, denn es wurde bei den vorliegenden Messungen stets beobachtet, daß alte und daher etwas verschmutzte Präparate im weichen Gebiet eine größere Intensität lieferten als frisch hergestellte. Da sicher Aluminiumpräparate unbeständiger sind als die hier verwendeten Glimmerpräparate, könnte ein solcher Effekt die Abweichungen verständlich machen.

2. *Vergleich mit der Theorie.* Es erscheint interessant, die gemessene Kurve mit den vorliegenden Theorien zu vergleichen. Das soll zunächst erfolgen nach dem von Kurie, Richardson und Paxton<sup>7)</sup> angegebenen

---

<sup>1)</sup> J. S. O'Connor, Phys. Rev. **52**, 303, 1937. — <sup>2)</sup> E. M. Lyman, ebenda **51**, 1, 1937. — <sup>3)</sup> L. M. Langer u. M. D. Whitaker, ebenda **51**, 713, 1937. — <sup>4)</sup> L. H. Martin u. A. A. Townsend, Proc. Roy. Soc. London (A) **170**, 190, 1939. — <sup>5)</sup> F. A. Scott, Phys. Rev. **48**, 391, 1935. — <sup>6)</sup> A. I. Alichanian u. A. S. Zavel'skij, C. R. Moskau **17**, 467, 1937. — <sup>7)</sup> F. N. D. Kurie, J. R. Richardson u. H. C. Paxton, Phys. Rev. **49**, 368, 1936.



Verfahren, nach dem  $\sqrt{\frac{N(\eta)}{f(\eta)}}$  aufgetragen wird als Funktion von  $\sqrt{1+\eta^2}$ .

Dabei ist  $\eta = \frac{H_0 e}{m c} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$  der Impuls in Einheiten  $m c$  und  $f(\eta)$

eine von Fermi angegebene Funktion. Wenn die ursprüngliche Fermische Theorie gilt, sollen die Punkte auf einer Geraden liegen, wenn  $\lambda = 2$  gesetzt wird, während dies nach der Konopinski-Uhlenbeckschen Modifikation mit  $\lambda = 4$  der Fall sein soll. Fig. 7 zeigt das Resultat, das man erhält,

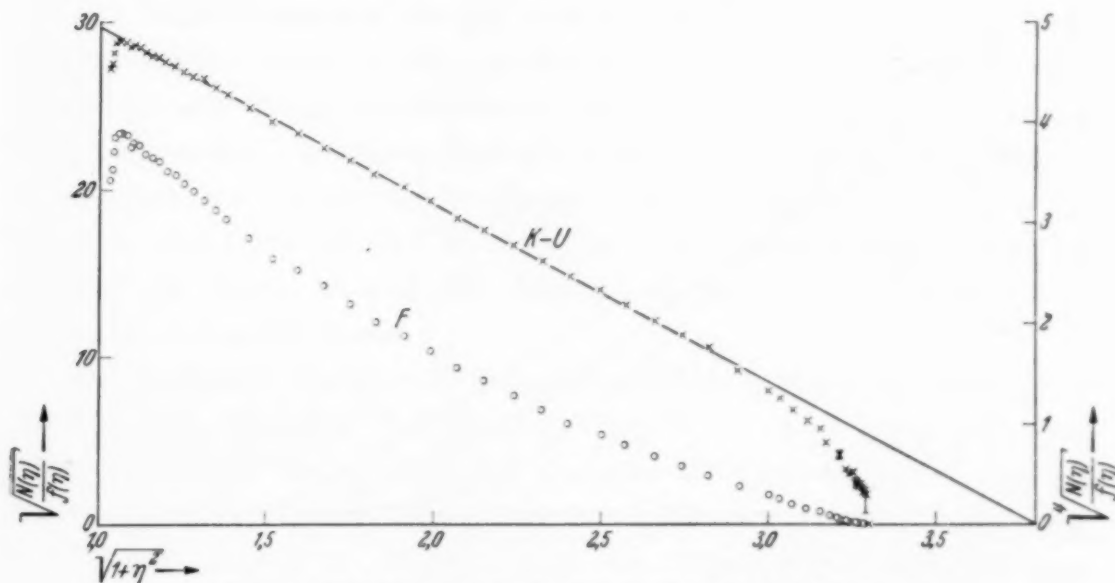


Fig. 7. Fermi-Diagramm und Konopinski-Uhlenbeck-Diagramm.

wenn man die Meßpunkte der erhaltenen  $H_0$ -Verteilungskurve des RaE in der beschriebenen Weise umrechnet. Die Figur zeigt, daß die Fermische Formel die Ergebnisse nicht richtig wiedergibt. Dagegen ist die Konopinski-Uhlenbecksche Formel mit den Meßergebnissen bei mittleren Energien gut in Einklang, wie auch schon alle bisherigen Arbeiten ergeben haben. Die vorliegenden Messungen zeigen darüber hinaus, daß die Übereinstimmung auch bis zu etwa 25 e-kV recht gut ist. Bei den höchsten Energien in der Nähe der oberen Grenze zeigen sich aber in Übereinstimmung mit Lyman und mit Langer und Whitaker und im Gegensatz zu O'Connor die bekannten Abweichungen von der  $K-U$ -Formel. In der Figur sind für diese Teile die mittleren statistischen Fehler eingezeichnet, und man sieht, daß die Diskrepanz weit außerhalb der Fehler liegt. Die Abweichungen sind also mit Sicherheit vorhanden, so daß eine Verlängerung der  $K-U$ -Geraden bis zum Abszissenschnittpunkt sicher nicht die richtige obere Grenze des  $\beta$ -Spektrums liefert. Vielmehr unterscheidet sich die extrapolierte von der experimentellen oberen Grenze um  $0,50 m c^2$ . Da im übrigen

diese Art von Darstellung nicht sehr empfindlich auf geringe Abweichungen der Ordinaten ist, ist der Vergleich noch einmal an den unmittelbaren Energieverteilungen vorgenommen. In Fig. 8 sind dargestellt eine Fermi-Kurve I und eine Konopinski-Uhlenbeck-Kurve II mit der maximalen Energie 1170 e-kV und eine Konopinski-Uhlenbeck-Kurve III mit der aus Fig. 7 extrapolierten oberen Grenze 1420 e-kV. Die Meßkurve ist nur durch die Meßpunkte vertreten. Alle Kurven sind so normiert, daß sie gleichen Flächeninhalt wie die Meßkurve haben. Die Figur zeigt, daß Kurve I und

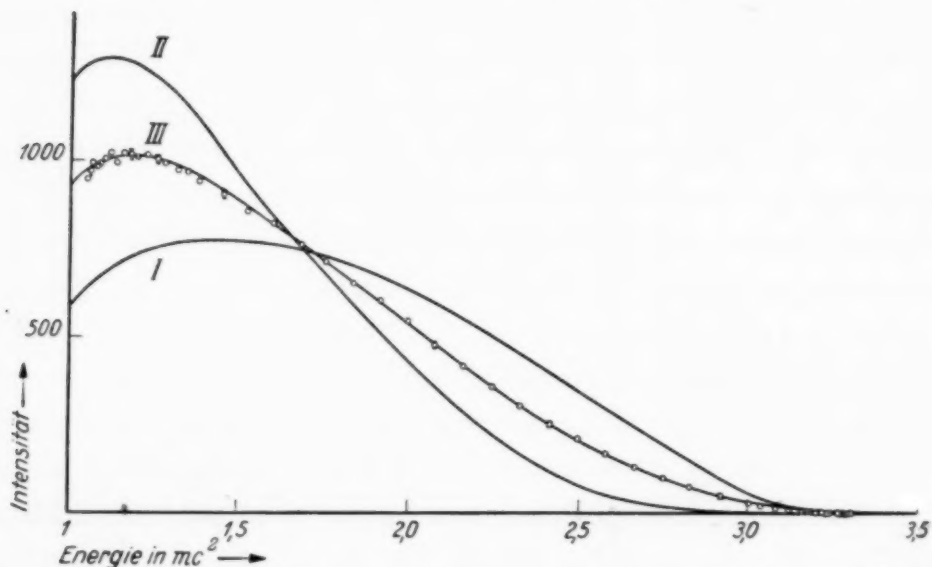


Fig. 8. Theoretische Energieverteilungen: I nach Fermi, II nach Konopinski-Uhlenbeck, beide mit der oberen Grenze des Ra E von 1170 e-kV ( $3,29 \text{ mc}^2$ ). III nach Konopinski-Uhlenbeck mit der nach Fig. 7 extrapolierten, nicht richtigen oberen Grenze 1420 e-kV ( $3,79 \text{ mc}^2$ ). Kreise: Meßpunkte.

Kurve II die Ergebnisse nicht richtig wiedergeben. Dagegen gibt die Konopinski-Uhlenbeck-Kurve mit der extrapolierten oberen Grenze die Meßergebnisse zwischen 25 und 900 e-kV sehr gut wieder. Im Gegensatz zu den Messungen von Alichanian und Zavel'skij zeigt die Kurve auch zwischen 25 und 100 e-kV beste Übereinstimmung mit der experimentellen Kurve. Bei den hohen Energien zeigen sich aber die bekannten, in Fig. 7 sichtbaren Abweichungen.

#### Zusammenfassung.

Es wird ein  $\beta$ -Strahlspektrograph beschrieben, der gestattet,  $\beta$ -Spektren weitgehend streuungsfrei aufzunehmen und in dem  $\beta$ -Teilchen kleiner Energien bis herunter zu 5 e-kV noch nachgewiesen werden können. Präparate mit besonders dünner Schicht wurden hergestellt und mit ihnen die Einflüsse von Zählerverschlußfolien und Quellenunterlagen untersucht. Es ergab sich, daß die Absorption in der Zählerfolie und die Rückstreuung

an der Präparatunterlage sehr großen Einfluß auf die gemessene Kurvenform haben. Eingehende Versuche mit Präparaten, die auf verschieden dicken Unterlagen aufgebracht wurden, ließen den Anteil an rückgestreuten Elektronen erkennen und zeigten, daß z. B. 0,4 mm dicker Diamant als Unterlage die Meßkurve bis herauf zu 500 e-kV durch rückgestreute Elektronen völlig entstellt. Bei 4  $\mu$  Glimmer als Unterlage tritt bis herauf zu 100 e-kV eine starke zusätzliche Intensität durch Rückstreuung auf, während diese bei 0,5  $\mu$  Glimmer nur bis etwa 25 e-kV reicht.

Mit RaE-Präparaten, die auf sehr dünnen Folien bis zu 0,1  $\mu$  Dicke niedergeschlagen waren, wurde eine Energieverteilungskurve aufgenommen, die von 25 e-kV bis zur oberen Grenze frei von allen sekundären Einflüssen ist und also sicher den wahren Verlauf des Spektrums darstellt. Die Energieverteilungskurve scheint bei der Energie Null mit endlicher Ordinate anzufangen, steigt von 25 e-kV an noch leicht an, erreicht dann bei 90 bis 100 e-kV ein Maximum und fällt dann ab bis zur oberen Grenze, die zu 1170 e-kV bestimmt wurde.

Die gemessene Energieverteilungskurve wurde mit den aus der Theorie des  $\beta$ -Zerfalls folgenden Verteilungen verglichen. Dabei ergab sich, daß weder eine Fermi-Kurve, noch eine Konopinski-Uhlenbeck-Kurve mit der experimentell gefundenen oberen Grenze 1170 e-kV mit den Messungen in Übereinstimmung ist. Dagegen zeigt eine Konopinski-Uhlenbeck-Kurve mit einer um 250 e-kV höheren oberen Grenze bis zu etwa 25 e-kV herab Übereinstimmung mit der gemessenen Verteilung, aber in der Nähe der oberen Grenze beträchtliche Abweichungen.

## Intensitätsfragen und Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops.

Von **Manfred von Ardenne.**

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 15. April 1939.)

Die Stromdichte des Endbildes. Belichtungszeit und Auflösungsvermögen. Leuchtschirmhelligkeit und Auflösungsvermögen. Einstellung des Beleuchtungssystems auf kleine Objektbelastung. Ultramikroskopie des Elektronenmikroskops.

In einer vorausgegangenen Arbeit <sup>1)</sup> hat der Verfasser die Grenzen für das Auflösungsvermögen und für die Kontrasterkennbarkeit bei dem magnetischen Elektronenmikroskop abgeschätzt. Dabei blieben Intensitätsfragen zunächst unberücksichtigt. Es wurde zur Vereinfachung des Problems angenommen, daß stets solche Belichtungszeiten zu verwirklichen sind, die bei den jeweils vorliegenden Intensitätsverhältnissen eine ausreichende Schwärzung im Bilde sichern.

In neuerer Zeit werden bei der praktischen Anwendung des Elektronenmikroskops Maßnahmen getroffen oder in Erwägung gezogen, die eine starke Verlängerung der Belichtungszeiten zugunsten einer Steigerung des Auflösungsvermögens bei Untersuchung dickerer Objektschichten oder einer einfacheren Betriebsweise (Arbeiten mit besonders kleinen reellen bzw. wirksamen Objektivaperturen) oder zugunsten besserer Teilchenerkennbarkeit (Arbeiten im Dunkelfeld, siehe unten) bewirken. Um die Größe der für ein solches Vorgehen zur Verfügung stehenden Intensitätsreserven klarzustellen und um darüber hinaus ganz allgemein eine Abschätzung der Belichtungszeiten unter den verschiedenen Arbeitsbedingungen zu ermöglichen, soll im folgenden eine quantitative Darstellung der Intensitätsverhältnisse beim Elektronenmikroskop gegeben werden. Gleichzeitig wird durch diese Untersuchung der Zusammenhang zwischen erreichbarem Auflösungsvermögen und visueller Beobachtbarkeit mit verschiedenen fluoreszenzoptischen Systemen zahlenmäßig abgeschätzt.

*I. Die Stromdichte des Endbildes.* Maßgebend für die Belichtungszeit bei photographischer Registrierung und für die Flächenhelle des Leuchtschirmes bei visueller Beobachtung ist bei gegebener Elektronengeschwindigkeit die Stromdichte des Endbildes. Die für diese Stromdichte geltende Beziehung, die in einfacher Weise aus der Theorie der Elektronenstrahlröhre hergeleitet ist, findet sich in Fig. 1 angegeben und durch eine sche-

<sup>1)</sup> M. v. Ardenne, ZS. f. Phys. **108**, 338, 1938.



matische Darstellung erläutert. Wie aus der Endformel ersichtlich, hängt die Stromdichte im Endbilde von der spezifischen Emission der Kathode,

Fig. 1. Die für die Stromdichte des Endbildes maßgebenden Größen beim Elektronenmikroskop.

$$j_3 = \left( \frac{A_2}{A_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{V^2} \cdot j_0.$$

$A_0$  = Apertur der Elektronenquelle,

$j_0$  = Stromdichte der Kathode,

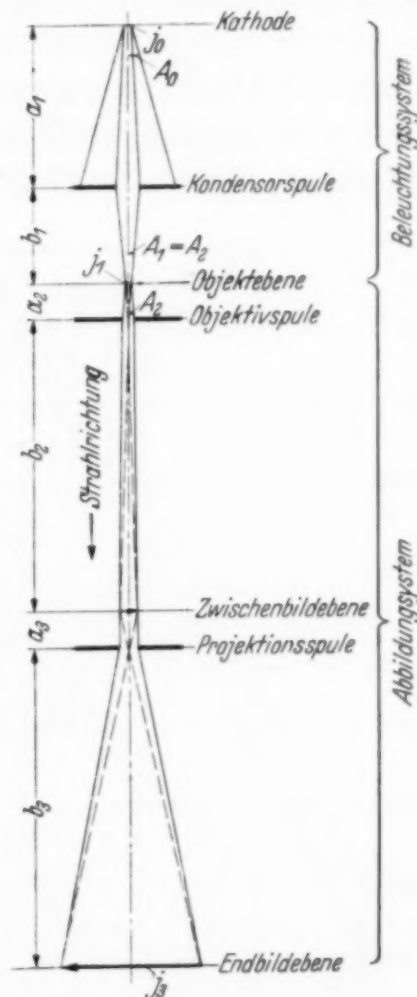
$A_1$  = bildseitige Apertur der Kondensorspule,

$A_2$  = wirksame gegenstandseitige Apertur der Objektivspule,

$j_1 = (A_1/A_0)^2 \cdot j_0$  = Stromdichte in der Objektebene,

$j_3$  = Stromdichte in der Endbildebene,

$V = \frac{b_2}{a_2} \cdot \frac{b_3}{a_3}$  = Gesamtvergrößerung.



von dem (wirksamen) Aperturwert der Objektivspule und von der eingestellten Gesamtvergrößerung ab.

Um eine möglichst hohe Stromdichte im Endbild zu erhalten, ist es notwendig, mit der kleinsten erlaubten Vergrößerung zu arbeiten. Die letztere, die günstigste Vergrößerung, ist ein wenig größer als der Wert

$$V = \frac{d_r}{d},$$

wobei  $d_r$  das Auflösungsvermögen der registrierenden photographischen Schicht bzw. des Fluoreszenzschirmes bedeutet und  $d$  das Auflösungsvermögen des Mikroskops.

II. Belichtungszeit und Auflösungsvermögen. Durch Einsetzen der in der oben zitierten Arbeit gebrachten Formel für den Öffnungsfehler in die Beziehung für die Stromdichte gelangt man zu der zusammenfassenden

Abschätzung Fig. 2. Der Berechnung ist eine Auflösungsgrenze der photographischen Schicht von  $10^{-2}$  mm zugrunde gelegt. Dieser Wert ist für feinkörnige und dünne Photoschichten und für 70 kV-Elektronen etwa richtig. Die Abbildung zeigt, daß unter Voraussetzung idealer Zentrierung von Abbildungssystem gegenüber Kondensorsystem ohne streuende Objektträger- und Objektschicht (Streuapertur < Objektivapertur!) für ein Auflösungsvermögen von  $10^{-5}$  mm Stromdichten bis zu  $10^{-6}$  A/cm<sup>2</sup> und

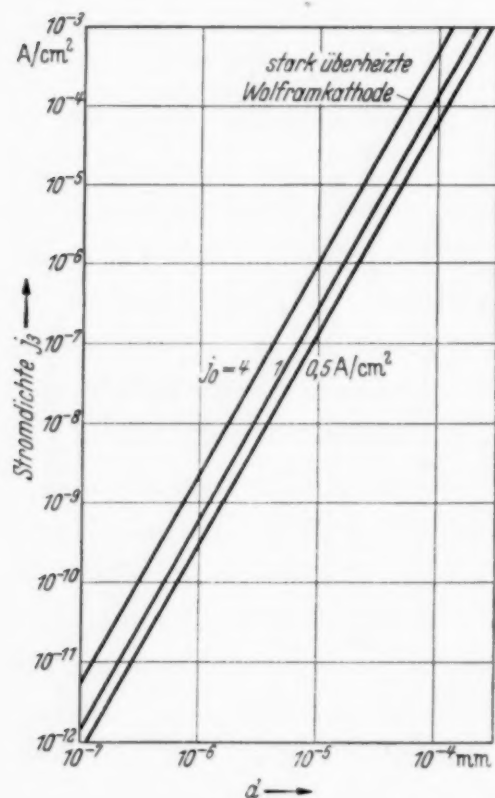


Fig. 2. Zusammenhang zwischen der Stromdichte  $j_3$  des Endbildes und der durch den Öffnungsfehler allein bedingten Grenze des Auflösungsvermögens für verschiedene spezifische Kathodenemissionen  $j_0$  und eine Auflösungsgrenze der photographischen Schicht von  $10^{-2}$  mm.

$$j_3 = \left(\frac{A_2}{A_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{V^2} \cdot j_0.$$

Parameter:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d}{0,35 \cdot k^2 \cdot f}\right)^{1/3}, \quad k = \frac{f}{D_P} = 1^1),$$

$$f = 3 \text{ mm},$$

$$A_0 = 2 \cdot 10^{-2},$$

$d \cdot V = 10^{-2} \text{ mm} = \text{Auflösungsgrenze der photographischen Schicht.}$

für ein Auflösungsvermögen von  $10^{-6}$  mm Stromdichten von etwa  $10^{-9}$  A/cm<sup>2</sup> erreichbar sein dürften. Tatsächlich sind jedoch, da nicht der Öffnungsfehler allein das Auflösungsvermögen bestimmt, da ungünstigere  $k$ -Werte bestehen und aus Gründen, die im folgenden Absatz näher angedeutet sind, meist nur um einige Größenordnungen kleinere Stromdichten gegeben. Eine Darstellung über den Zusammenhang zwischen Stromdichte, Schwärzung einer handelsüblichen Photoschicht<sup>2)</sup> und Belichtungszeit

<sup>1)</sup> Der Wert  $k = \frac{\text{Brennweite}}{\text{wirksamer Polschuhdurchmesser}} = 1$  ist z. Z. insbesondere

bei höheren Anodenspannungen noch nicht praktisch zu realisieren. Für größere Zahlenwerte von  $k$  ändert sich  $j_3$  in Abhängigkeit von  $d$  um den Faktor  $1/k^{4/3}$ .

— <sup>2)</sup> Das Auflösungsvermögen dieser für elektronenmikroskopische Zwecke wenig geeigneten Schicht ist für 70 kV-Elektronen wesentlich schlechter als  $10^{-2}$  mm!

vermittelt Fig. 3, die auch für andere Schichtarten ungefähr zutrifft. Aus dieser geht hervor, daß bei den üblichen Voltgeschwindigkeiten des Elektronenmikroskops der Stromdichte von  $10^{-9}$  A/cm<sup>2</sup> eine Belichtungszeit von nur  $10^{-2}$  sec entspricht.

Wenn in der Praxis bei einem wesentlich geringeren Auflösungsvermögen als  $10^{-6}$  mm Belichtungszeiten der Größenordnung einer Sekunde die Regel bilden, so liegt dies weiter an dem Einfluß fast unvermeidlicher

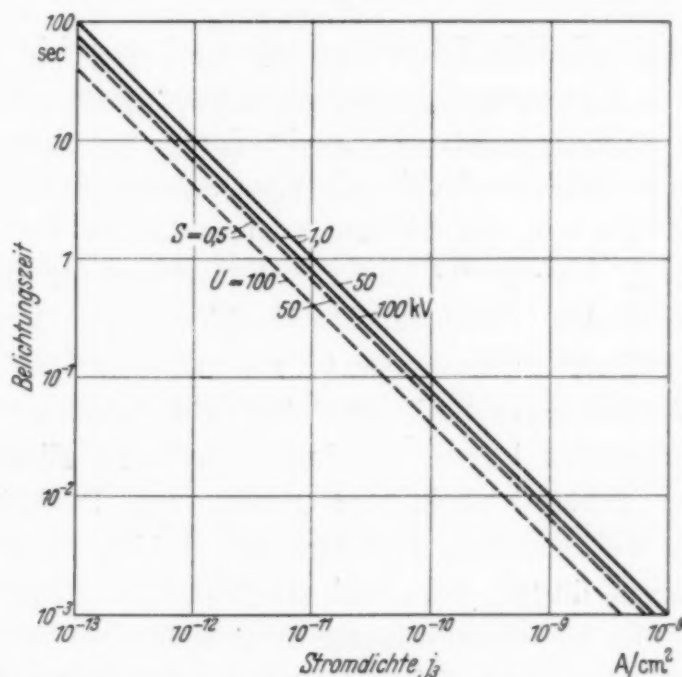


Fig. 3. Die Belichtungszeit bei photographischer Registrierung von Elektronen mit der Schwärzung.  $S = 1$  und  $S = 0,50$  als Funktion der Stromdichte (photographisches Material: Agfa Isochromfilm). Extrapoliert nach B. von Borries und M. Knoll, Phys. ZS. **35**, 279, 1934, Fig. 1 (a) und Fig. 4 (B, D).

Zentrierungenauigkeiten und daran, daß ein ungünstigerer Wert für die Auflösungsgrenze der Photoschicht bei der Bemessung der Vergrößerung gegeben ist oder vorausgesetzt wird. Nicht zuletzt dürfte der Unterschied auch dadurch erklärt werden, daß wesentlich kleinere Aperturen zur Anwendung kommen, als sich auf Grund der hier entwickelten vereinfachten Theorie (räumliche Streuung in der Objektträgerschicht vernachlässigt!) ergeben. Man benutzt beispielsweise äußerst kleine bildseitige Aperturen der Kondensoroptik (Größenordnung  $10^{-3}$ )<sup>1)</sup> und damit ähnlich kleine wirksame Objektivaperturen, u. a. um dem Einfluß der Objektträgerfolie Rechnung zu tragen und um eine besonders große Tiefenschärfe zu erzwingen und damit die Schwierigkeiten der Scharfstellung zu vermindern.

<sup>1)</sup> B. von Borries u. E. Ruska, Über die Bildentstehung im Übermikroskop, ZS. f. techn. Phys. **19**, Heft 11, S. 402, 1938.

III. *Leuchtschirmhelligkeit und Auflösungsvermögen.* Die Eingrenzung des Arbeitsbereiches größter Abbildungsschärfe gelingt, wenn man Reihenaufnahmen vermeiden will, nur bei Vorhandensein ausreichender Flächenhelle des zur visuellen Scharfstellung benutzten Fluoreszenzbildes. Die Flächenhelle (Ersatz-Beleuchtungsstärke) des Leuchtschirmbildes berechnet<sup>1)</sup> sich zu:

$$E = \frac{j_3 \cdot U \cdot \eta \cdot 10^4 \pi}{0,8} \text{ Lux.}$$

Wird als kleinste für die Scharfstellung gerade noch ausreichende Flächenhelle der Wert  $E = 1 \text{ Lux}$  angenommen<sup>2)</sup>, eine Anodenspannung  $U = 70 \text{ kV}$  zugrunde gelegt und ferner ein für Leuchtschirme mit dem Auflösungsvermögen  $10^{-2} \text{ mm}$  (Einkristallschirme!) etwa zutreffender Wirkungsgrad von  $\eta = 0,8 \text{ HK/Watt}$  in die Gleichung eingesetzt, so ergibt sich eine Stromdichte von  $j_3 = 5 \cdot 10^{-10} \text{ A/cm}^2$  als Mindestwert für visuelle Beobachtung. Bei normalen Vielkristall-Leuchtschirmen auf Metallunterlage mit einem Auflösungsvermögen von etwa  $0,1 \text{ mm}$  und einem  $\eta = 10 \text{ HK/Watt}$  liegen die Verhältnisse sogar noch etwa eine Größenordnung ungünstiger. Aus diesen Zahlenwerten ist zu entnehmen, daß eine Eingrenzung des Bereiches bester Schärfe allein auf Grund der Betrachtung eines Fluoreszenzbildes bei Auflösungsvermögen der Größenordnung  $10^{-6} \text{ mm}$  nicht mehr gelingen dürfte, denn nach der Darstellung Fig. 2 und nach Berücksichtigung der oben besprochenen Stromdichtenverluste beim praktischen Arbeiten sind Stromdichten von nur etwa  $10^{-10}$  bis  $10^{-12}$  in diesem Falle zu erwarten. Bei dieser Sachlage besteht der Zwang, Hilfsmethoden auszubilden und anzuwenden, die während der Scharfstellung größere Stromdichten ergeben. Eine vorteilhafte Hilfsmethode hierzu liegt darin, die *Scharfstellung* selbst (wie dies bei der Bedienung von photographischen Apparaten auch üblich ist) mit *großer Objektivapertur* vorzunehmen und dann erst unter Konstanthaltung der Scharfstellungsdaten unmittelbar vor der *Aufnahme* zu der *kleinen Objektivapertur* überzugehen. Bei diesem Blendwechsel unter Vakuum muß allerdings die Mechanik des Systems so präzise ausgeführt sein, daß die Öffnung der kleinen Blende stets innerhalb der Mittelzone der großen Blende zu liegen kommt. Der durch die große Blende bedingte Aperturwert soll dabei höchstens zehnmal so groß gewählt werden wie der Aperturwert der zur photographischen Registrierung vorgesehenen Blende, damit die beiden

<sup>1)</sup> Vgl. F. Schröter, Handbuch der Bildtelegraphie und des Fernsehens, S. 473. Berlin, Verlag Julius Springer, 1932. — <sup>2)</sup> Vgl. F. Schröter, Handbuch der Bildtelegraphie und des Fernsehens, l.c.



Schärfengrenzen, zwischen denen die optimale Einstellung liegt, hinreichend genau feststellbar bleiben. Die Mechanik des Blendwechsels wird erleichtert, wenn die große Blende konstant liegen bleibt und die kleine Blende über die große Blende hinüberschoben und an Hand der Öffnung der großen Blende zentriert wird.

Die vorstehenden Ausführungen zeigen, daß die Einstellung bester Schärfe durch Beobachtung des Fluoreszenzschirmbildes bis zu Auflösungsvermögen von  $10^{-6}$  mm grundsätzlich möglich erscheint, wenn die angegebene Hilfsmethode benutzt wird. Die Anwendung der letzteren dürfte jedoch auch bei Instrumenten mit geringerem Auflösungsvermögen vorteilhaft sein, um bei der Scharfstellung nicht zwangsläufig an der Grenze der Erkennbarkeit arbeiten zu müssen.

#### *IV. Einstellung des Beleuchtungssystems auf kleine Objektbelastung.*

Diejenige elektronenoptische Bemessung des Elektronenmikroskops, bei der die kleinste auflösbare Strecke gerade etwa auf den Betrag des Auflösungsvermögens der photographischen Schicht bzw. des Fluoreszenzschirmes vergrößert wird, ist zugleich diejenige, die eine besonders niedrige Objektbelastung zuläßt. Darüber hinaus spielen jedoch noch folgende, durch die Darstellung Fig. 4 a veranschaulichte Verhältnisse eine wichtige Rolle für die Objektbelastung.

Die Elektronendichte in der Objektebene ist für ein gegebenes Kathodensystem mit der spezifischen Kathodenemission  $j_0$  und dem Aperturwinkel  $A_0$  nur abhängig von der Kondensorapertur  $A_1$ . Im besonderen ist die erzielte Elektronendichte unabhängig von dem Abbildungsverhältnis im Kondensorsystem. Das letztere ist vielmehr nur maßgebend für die Größe der mit Elektronen beleuchteten Objektfläche. Da der kleinste Querschnitt der Elektronenquelle im allgemeinen nur schwer unter 0,1 mm Durchmesser zu bringen ist und da andererseits die Gesichtsfelder des Übermikroskops in der Größenordnung einiger  $10^{-3}$  mm liegen, erscheint im Kondensorsystem die Einführung einer Verkleinerung zweckmäßig, um den Objektträger sowie die außerhalb des Gesichtsfeldes liegenden Objektteile nicht unnötig mit Elektronen zu belasten. Praktisch empfiehlt es sich, diese Verkleinerung nicht zu weit zu treiben, damit die Bedienung des Übermikroskops nicht durch eine zusätzliche Justierung kompliziert wird.

Die oben erwähnte Tatsache, daß die Elektronendichte in der Objektebene für ein gegebenes System allein von der Kondensorapertur abhängt, läßt zunächst eine große Kondensorapertur als vorteilhaft erscheinen. In der Bemessung der letzteren ist jedoch eine Grenze gegeben, und zwar

darf die Kondensorapertur nicht größer werden als die Objektivapertur, da sonst eine Abnahme der im Bilde erreichbaren Kontraste stattfindet. Die Erklärung hierfür liegt im folgenden:

Die Bildkontraste werden beim Elektronenmikroskop, wie schon früher aufgezeigt, durch Streumodulation hervorgerufen. Sobald nun die Kondensorapertur größer ist als die Objektivblendapertur, wird die die Objektivblendapertur durchsetzende Elektronenmenge durch die räumliche Elektronenstreuung nur noch in stark herabgesetztem Maße beeinflusst

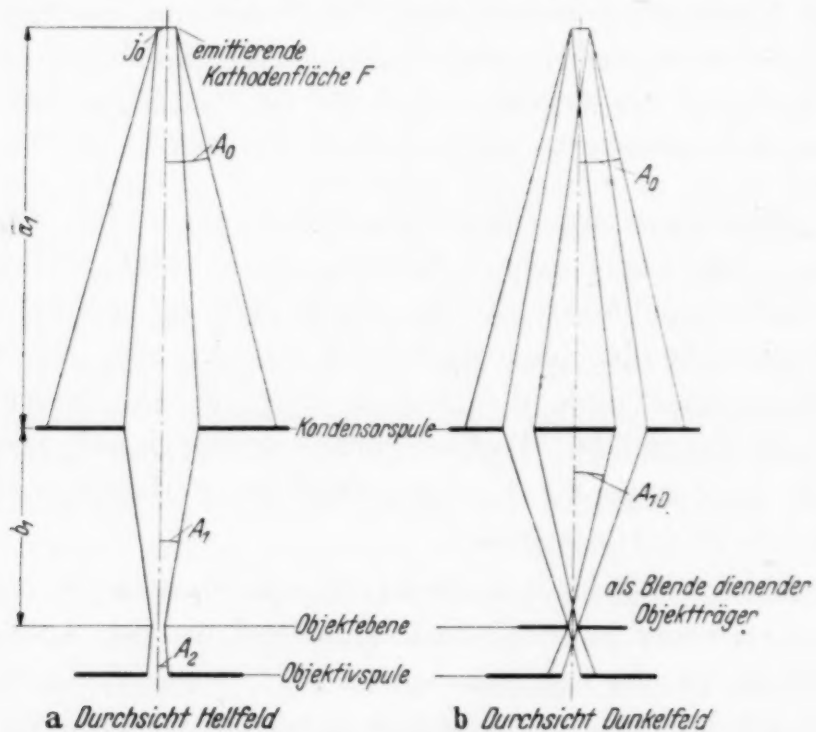


Fig. 4. Strahlengang im Beleuchtungssystem bei Hellfeld und Dunkelfeld.

$$\text{Absolute Größe der Objektbelastung } Z = \kappa \cdot \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2 \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot F \cdot U t \cdot j_0 \text{ Watt} \cdot \text{sec},$$

$$\text{spezifische Objektbelastung } Z_{sp} = \kappa \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2 \cdot j_0 U t \text{ Watt sec/cm}^2,$$

$\kappa$  = Absorptionfaktor der Objektschicht.

werden, und zwar um so weniger, je größer die Kondensorapertur im Verhältnis zur Streuapertur ist. Hinzu kommt, daß eine größere Kondensorapertur auch mit Rücksicht auf die Zunahme der Objektbelastung unerwünscht ist. Umgekehrt kann die durch die Objektivblende gelangende Elektronenmenge auch dann, wenn die Kondensorapertur klein gegen die Objektivapertur ist <sup>1)</sup>, nicht oder nur wenig moduliert werden, und zwar bis die Streuapertur den Betrag der Objektivapertur erreicht. Die im

<sup>1)</sup> Vgl. die für den Fall  $A_k = 0$  berechnete Fig. 10 der oben zitierten Arbeit.

Hinblick auf die Modulationsverhältnisse für die Erkennbarkeit dünnster Objektschichten günstigste Kondensorapertur ist bei Vorhandensein einer Objektträgerfolie etwas kleiner als die Objektivapertur. Für den (Grenz-) Fall, daß die *Kondensorapertur gerade gleich der Objektivapertur* bemessen wird, erreicht die absolute Größe der Objektbelastung den Wert

$$Z = \kappa \cdot \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2 \cdot \frac{b_1}{a_1} \cdot F \cdot j_0 \cdot U \cdot t \text{ Watt} \cdot \text{sec.}$$

bzw. die spezifische Objektbelastung den Wert

$$Z_{\text{sp}} = \kappa \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2 \cdot j_0 U t \text{ Watt} \cdot \text{sec/cm}^2.$$

Hierin bedeutet  $t$  die Zeitdauer der Objektbelastung während der Einstellungs- und Aufnahmezeit und  $\kappa$  den Absorptionsfaktor der Objektschicht, der sich aus der Fig. 9 der oben zitierten Arbeit des Verfassers ergibt.

Die Größenordnung der spezifischen Objektbelastung, mit der unter praktischen Verhältnissen gerechnet werden muß, liegt so, daß Verbrennungserscheinungen und mechanische Zerstörungen nicht eintreten. Dagegen dürfte die durch den Elektronendurchgang bedingte Ionisierung im allgemeinen noch so intensiv sein, daß ursprünglich lebende Substanz außer in ihren primitivsten und widerstandsfähigsten Formen stets abgetötet wird.

*V. Ultramikroskopie des Elektronenmikroskops.* Aus den Beziehungen und Abschätzungen über die Belichtungszeiten des Elektronenmikroskops ist zu erwarten, daß die letzteren bei hinreichend dünnen Objektträgerschichten für Auflösungsvermögen bis  $10^{-6}$  mm nur Werte von Bruchteilen einer Sekunde zu erreichen brauchen. Da andererseits bei Anwendung von Hilfseinrichtungen zur Konstanthaltung der Scharfstellungsbedingungen Belichtungszeiten bis zu 1000 sec ohne weiteres in Frage kommen (sind sie doch beim Elektronenrastermikroskop in Kauf genommen worden!), so besteht eine Intensitätsreserve von mehr als drei Größenordnungen. Diese Intensitätsreserve kann dazu benutzt werden, um eine Ultramikroskopie des Elektronenmikroskops zu verwirklichen.

Vom Verfasser durchgeführte Messungen unter den Aperturverhältnissen üblicher lichtmikroskopischer Anordnungen haben ergeben, daß bei etwa 30%iger Bedeckung des Gesichtsfeldes mit streuenden Objektteilchen die Gesamtlichtströme von Dunkelfeld zu Hellfeldbeobachtung sich etwa verhalten wie 1 : 300. Diese Zahlenwerte bedeuten, daß unter den Bedingungen des Lichtmikroskops bei Dunkelfeldbeobachtung die Belichtungszeiten etwa 100mal so groß sein müssen wie bei Hellfeldbetrieb.

Unter den Verhältnissen des Elektronenmikroskops, die durch die Zeichnung Fig. 4 b veranschaulicht sind, dürfte der Intensitätsverlust durch Übergang zu Dunkelfeldbeleuchtung etwa drei Größenordnungen betragen. Der Intensitätsverlust ist jedenfalls so groß, daß die visuelle Scharfstellung eines Dunkelfeldbildes bei gutem Auflösungsvermögen nicht mehr gelingt. Aus diesem Grunde wird es notwendig, auch die *Blende des Beleuchtungssystems* unter Vakuum *auswechselbar* zu gestalten. Man hat dann die Möglichkeit, die *Scharfstellung mit Hellfeldblende* und die photographische *Aufnahme mit Dunkelfeldblende* und langer Aufnahmezeit vorzunehmen. Damit das Dunkelfeldbild kein geringeres Auflösungsvermögen als das Hellfeldbild aufweist und damit ferner ein ausreichender Kontrastumfang gewährleistet ist, dürfen keine Elektronen auf unerwünschten Bahnen die Objektivblende durchsetzen. Eine Gefahr besteht in dieser Hinsicht als Folge des endlichen Durchmessers der Kathode. Dieser Gefahr wird begegnet durch Anwendung eines als Blende wirkenden Objektträgers, der nur einen winzigen, dem Gesichtsfeld entsprechenden Teil der Elektronenströmung in den Objektivraum hindurchtreten läßt.

Ein relativ lichtstarkes Dunkelfeldbild ist dann zu erwarten, wenn der bildseitige Dunkelkegel des Kondensorsystems eine nur um ein wenig größere Apertur aufweist als das Objektiv. Je besser die Zentrierung des Instrumentes und je dünner die Objektträgerfolie ist, eine desto bessere Annäherung an dieses Bemessungsoptimum ist möglich.

Gegenüber der Ultramikroskopie des Lichtmikroskops besteht ein wichtiger optischer und ein wichtiger physikalischer Unterschied. Der optische Unterschied folgt aus der Tatsache der sehr kleinen Objektivapertur. Er bewirkt, daß mit zunehmender Größe des Objektivteilchens die Helligkeit des Teilchenbildes nicht stetig steigt, sondern nach Erreichen eines Maximums wieder abnimmt. Die Abweichung in physikalischer Hinsicht besteht darin, daß nicht wie bei dem Lichtmikroskop die Abmessung der Ultrateilchen klein gegen die Wellenlänge der abbildenden Strahlung ist. Trotz dieser Unterschiede dürfte auch bei dem Elektronenmikroskop die ultramikroskopische Arbeitsweise außerordentliches Interesse verdienen. Bietet sie doch die einzige Möglichkeit, um das Vorhandensein von Teilchen zu erkennen, deren Größe unterhalb der Auflösungsgrenze dieses Instruments liegt. Im besonderen erscheint nur die ultramikroskopische Arbeitsweise geeignet, über kurz oder lang einmal das Vorhandensein einzelner Atome, sowie ihre Verteilung in der Objektebene sichtbar zu machen.



## Freischwebende Körper im elektrischen und magnetischen Feld.

Von **Werner Braunbek** in Tübingen.

(Eingegangen am 17. April 1939.)

Es wird die Frage untersucht, ob durch statische oder stationäre elektrische und magnetische Felder ein Körper oder ein System in einer stabilen Gleichgewichtslage frei schwebend erhalten werden kann. Es zeigt sich, daß dies prinzipiell *unmöglich* ist, falls keine *diamagnetischen* Stoffe an dem Vorgang beteiligt sind.

Es soll untersucht werden, ob durch Kräfte, welche von *statischen* (oder stationären) elektrischen oder magnetischen Feldern auf einen Körper ausgeübt werden, dieser Körper entgegen seiner Schwere in einer *stabilen* Gleichgewichtslage *frei*, d. h. ohne Berührung mit irgendwelcher festen, flüssigen oder gasförmigen Materie, schwebend erhalten werden kann.

Diese Fragestellung scheidet daher *aus* alle Schwebemöglichkeiten, die

- a) eine Selbststeuerung, etwa mit Hilfe eines Lichtstrahles, Kondensators usw. benutzen (keine stabile Gleichgewichtslage!), oder
- b) Wechselfelder, etwa zur Erzeugung von Wirbelströmen, oder für andere Effekte heranziehen (kein statisches Feld!), oder
- c) den Schwebekörper in ein Medium einbetten, das durch seinen Auftrieb, oder auch durch seine elektrische oder magnetische Andersartigkeit wirkt (kein freies Schweben!).

Wir betrachten zunächst einen elektrisch nicht leitenden, starren Körper beliebiger Form (System I), in dem wir einen körperfesten Bezugspunkt 0 und ein körperfestes Koordinatensystem  $(\xi, \eta, \zeta)$  wählen.

Die Lage des Punktes 0 im Raum beschreiben wir in einem raumfesten Koordinatensystem  $(x, y, z)$  mit Ursprung  $P$ . 0 habe in diesem Koordinatensystem die Koordinaten  $(x_0, y_0, z_0)$ . Es werden nur Parallelverschiebungen des Systems I betrachtet <sup>1)</sup>, so daß dessen Lage im Raume durch Angabe von  $x_0$ ,  $y_0$  und  $z_0$  völlig bestimmt ist.

Die  $\xi\eta\zeta$ -Achsen liegen zu den  $xyz$ -Achsen parallel.

Das System I befindet sich ganz innerhalb einer im Raum festen Hüllfläche  $F$ , und verbleibe in ihr auch bei kleinen Translationen. Es sei in mechanischer, elektrischer und magnetischer Hinsicht dadurch charakteri-

<sup>1)</sup> Wenn es, wie nachher gezeigt wird, keine Stabilität des Schwebens gegen alle möglichen Parallelverschiebungen gibt, so gibt es eben *kein* stabiles Schweben. Drehbewegungen brauchen dann gar nicht betrachtet zu werden.

siert, daß für jedes seiner Volumenelemente  $d\xi d\eta d\zeta$  folgende sechs Größen bekannt sein sollen: die Massendichte  $\rho$ , die wahre elektrische Ladungsdichte  $\sigma$ , die permanente elektrische Polarisierung  $\overline{\mathfrak{P}}$ , die Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon$ , die permanente Magnetisierung  $\overline{\mathfrak{M}}$  und die Permeabilität  $\mu$ .

Das beweglich gedachte System I befindet sich in einem Gravitationsfeld  $\mathfrak{G}$ , einem elektrischen Feld  $\mathfrak{E}$  und einem Magnetfeld  $\mathfrak{H}$ , dessen Quellen sämtlich außerhalb  $F$ , aber durchweg im Endlichen, raumfest angebracht sein sollen (System II).

Auch im System II werden  $\sigma$ ,  $\overline{\mathfrak{P}}$ ,  $\varepsilon$ ,  $\overline{\mathfrak{M}}$  und  $\mu$  als für jedes Volumenelement  $dx dy dz$  bekannt betrachtet; auch in ihm sollen vorläufig keine elektrischen Leiter vorhanden sein. Auf der Fläche  $F$  selbst, sowie in einer dünnen endlichen Schicht zu ihren beiden Seiten, sei aber  $\sigma = 0$ ,  $\overline{\mathfrak{P}} = 0$ ,  $\overline{\mathfrak{M}} = 0$ ,  $\varepsilon = 1$  und  $\mu = 1$  (Vakuum), ebenso im Unendlichen. Ferner sollen zur Vermeidung der unnötigen Verlängerung aller Formeln durch zusätzliche Oberflächenintegrale alle Flächensprünge durch stetige Übergänge in dünnen Schichten ersetzt gedacht sein. Das Magnetfeld soll vorläufig ausschließlich von permanenten Magneten, nicht von Strömen herühren. Dann sind sämtliche Felder von eindeutigen Potentialen ableitbar:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{G} &= -\text{grad } \chi, \\ \mathfrak{E} &= -\text{grad } \varphi, \\ \mathfrak{H} &= -\text{grad } \psi. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die gesamte Energie der Systeme I und II setzt sich additiv zusammen aus Gravitationsenergie, elektrostatischer Energie und magnetostatischer Energie:

$$W = W_g + W_e + W_m. \quad (2)$$

Dabei ist  $W$  eine Funktion der Lage des Systems I, bei ausschließlicher Zulassung von Parallelverschiebungen also eine Funktion von  $x_0, y_0, z_0$ .

Bedingung für ein freies Schweben, also für *Gleichgewicht* des Systems I im Kraftfeld des Systems II ist nun:

$$\text{grad}_0 W = 0, \quad (3)$$

wobei  $\text{grad}_0$ , wie immer im folgenden der Index 0 bei Differentialoperatoren, bedeuten soll, daß nach  $x_0 y_0 z_0$  zu differenzieren ist, während Differentialoperatoren ohne Index sich auf  $xyz$  oder  $\xi\eta\zeta$  beziehen. Damit das Gleichgewicht in bezug auf alle möglichen Translationen *stabil* ist, muß sein:

$$\Delta_0 W = \frac{\partial^2 W}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y_0^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z_0^2} > 0, \quad (4)$$

Gleichung (4) ist also eine *notwendige* Bedingung für freies stabiles Schweben, jedoch keine hinreichende, da auch bei positivem  $\Delta_0 W$  in einzelnen Richtungen  $s_0$  sehr wohl ein negatives  $\frac{\partial^2 W}{\partial s_0^2}$  vorhanden sein kann.

Der Gang der weiteren Rechnung ist nun folgender: Es wird gezeigt, daß unter allen denkbaren Verhältnissen, mit Ausnahme des einen Falles, daß im System I oder II oder in beiden diamagnetische Stoffe vorhanden sind, *immer*  $\Delta_0 W < 0$  herauskommt. D. h. aber, es *kann* mit Ausnahme des erwähnten Falles *kein freies, stabiles Schweben geben*. Daß sich umgekehrt mittels diamagnetischer Stoffe ein solches Schweben ermöglichen läßt, ist damit natürlich nicht bewiesen. Dies wird vielmehr später für eine spezielle Anordnung gezeigt.

Zunächst ist nach (2):

$$\Delta_0 W = \Delta_0 W_g + \Delta_0 W_e + \Delta_0 W_m. \quad (5)$$

Es müssen also die verschiedenen Energieanteile einzeln untersucht werden.

a) *Gravitationsenergie*. Diese ist:

$$W_g = \frac{1}{2} \int \varrho \chi \, dV = \int \varrho_1 \chi_2 \, dV = \int \varrho_2 \chi_1 \, dV, \quad (6)$$

wo  $\varrho_1$  die Massendichte innerhalb  $F$  und  $\chi_1$  das von ihr *allein* herrührende Gravitationspotential ist, während  $\varrho_2$  die Massendichte außerhalb  $F$  bedeutet, mit entsprechendem  $\chi_2$ . Die Volumenintegrale sind über den ganzen Raum zu erstrecken. Wir erhalten mit der zweiten Form für eine Variation zweiter Ordnung von  $W_g$  bei einer Translation des Systems I, wenn wir die Integration im körperfesten Koordinatensystem ausführen, wo  $\varrho_1$  sich nicht ändert:

$$\delta^2 W = \int_{\text{innerhalb } F} \varrho_1 \delta^2 \chi_2 \, dV,$$

da außerhalb  $F$   $\varrho_1 = 0$  ist, und entsprechend:

$$\Delta_0 W = \int_{\text{innerhalb } F} \varrho_1 \Delta_0 \chi_2 \, dV.$$

Da vom körperfesten Koordinatensystem aus gesehen das System II eine umgekehrt gerichtete starre Translation ausführt, ist:

$$\begin{aligned} \text{grad}_0 \chi_2 &= - \text{grad } \chi_2 \\ \Delta_0 \chi_2 &= \Delta \chi_2 \end{aligned} \quad (7)$$

also:

$$\Delta_0 W_g = \int_{\text{innerhalb } F} \varrho_1 \Delta \chi_2 \, dV = 0, \quad (8)$$

da innerhalb  $F$  überall  $\Delta \chi_2 = 0$  ist.

b) *Elektrostatistische Energie.* Wir ersetzen zunächst nach bekannten Methoden die permanente Polarisation  $\mathfrak{P}$  durch die ihr äquivalente wahre Ladungsdichte, und ziehen diese mit der schon vorher gegebenen Ladungsdichte zu einer „Gesamtladungsdichte“  $\sigma$  zusammen. Auch dann aber ist die Berechnung von  $\Delta_0 W_e$  sehr viel schwieriger als die von  $\Delta_0 W_g$ , da infolge des von 1 verschiedenen  $\varepsilon$  eine *influenzierte* Polarisation  $\mathfrak{P}$  auftritt, welche sich bei der Verschiebung des Systems I in schwer übersehbarer Weise (jedenfalls *nicht* so, wie es einer starren Verschiebung des Vektorfeldes entsprechen würde) ändert. Wäre im ganzen Raum  $\varepsilon = 1$ , so könnte die Berechnung von  $\Delta_0 W_e$  wörtlich vom Gravitationsfeld übernommen werden, indem  $\sigma$  statt  $\varrho$  und  $\varphi$  statt  $\chi$  gesetzt würde. Mit einer beliebigen  $\varepsilon$ -Verteilung jedoch läßt sich das Problem nur durch einen Kunstgriff lösen.

Wir denken uns die Überführung des Gesamtsystems von der Anfangslage des Systems I (Zustand A) in dessen Endlage (Zustand B) über einen *Zwischenzustand C* ausgeführt, und zwar derart, daß in einem ersten Schritt das System I zwar von der Anfangs- in die Endlage gebracht werden soll, aber unter starrer (körperfester) *Beibehaltung* seiner der Anfangslage entsprechenden, *induzierten Polarisation*  $\mathfrak{P}$ , wie auch unter Konstanthaltung der  $\mathfrak{P}$ -Werte im Außensystem II (Zustand C) und in einem zweiten Schritt dann unter Beibehaltung der Lage des Systems I die induzierte Polarisation in beiden Systemen die neuen, der Endlage von I entsprechenden Werte annehmen soll.

Der Zwischenzustand C ist physikalisch unmöglich, da in ihm die induzierte Polarisation nicht zum Feld paßt. Trotzdem darf natürlich die Zustandsgröße  $W_e$ , deren Änderung ja nur vom Anfangs- und Endzustand abhängt, über diesen Zwischenzustand berechnet werden, falls sie für ihn scharf definiert wird. Eine solche besondere Definition ist nötig, da der Begriff „Energie“ für einen physikalisch nicht möglichen Zustand zunächst keinen Sinn hat. Die Definition ist völlig willkürlich mit der einzigen Einschränkung, daß sie für einen normalen Zustand in die normale übergehen muß, und wir können sie so wählen, wie es die hier beabsichtigte Rechnung erfordert.

Wir setzen also durch Definition fest, daß die bekannten Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{4\pi} \int \left( \frac{\sigma}{r} + \mathfrak{P} \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) dV \\ \mathfrak{E} &= - \operatorname{grad} \varphi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

und



und damit auch die aus ihnen folgende:

$$\operatorname{div} (\mathfrak{E} + \mathfrak{P}) = \sigma \quad (10)$$

auch im Zwischenzustand gelten sollen, daß also auch dort das Feld sich in der üblichen Weise aus wahren Ladungen und Polarisationen aufbaut. Die weiteren, in jedem normalen Falle gültigen Beziehungen:

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \operatorname{div} (\varepsilon \mathfrak{E}) &= \sigma \\ \mathfrak{P} &= (\varepsilon - 1) \mathfrak{E} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

die eben im normalen Falle zusammen mit (9) die „normale“ Polarisation  $\mathfrak{P}$  bestimmen, sind dagegen im Zwischenzustand ungültig.

Wir definieren ferner im Zwischenzustand die Größe  $W_e$  folgendermaßen:

$$W_e = \frac{1}{2} \int \mathfrak{E}^2 dV + \frac{1}{2} \int \frac{\mathfrak{P}^2}{\varepsilon - 1} dV, \quad (12)$$

wo  $\mathfrak{E}$  durch (9) gegeben sein soll.

Diese Definition erfüllt tatsächlich die Bedingung, daß sie im normalen Fall, wo  $\mathfrak{P} = (\varepsilon - 1) \mathfrak{E}$  ist (was im Zwischenzustand nicht gilt!), in den bekannten Ausdruck für die elektrostatische Energie

$$W_e = \frac{1}{2} \int \varepsilon \mathfrak{E}^2 dV$$

übergeht.

Nun werden der Reihe nach die Schritte ausgeführt. Beim ersten Schritt ändert sich das zweite Integral in (12) überhaupt nicht, da ja der ganze Raum aus zwei, durch eine endliche Schicht mit  $\mathfrak{P} = 0$  getrennten Teilen besteht, von denen der eine (außerhalb  $F$ ) überhaupt ungeändert bleibt, während der andere (innerhalb  $F$ ) sich samt seinen  $\varepsilon$ - und  $\mathfrak{P}$ -Werten starr verschiebt. Die ganze Änderung von  $W_e$  entfällt also auf das erste Integral in (12). Dieses kann aber, da

$$\mathfrak{E} = - \operatorname{grad} \varphi$$

und

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = \sigma',$$

ist, wo  $\sigma'$  die „freie“ Ladungsdichte bedeutet, die nur von  $\sigma$  und  $\mathfrak{P}$  abhängt [siehe (9)], durch partielle Integration in bekannter Weise umgeformt werden:

$$\frac{1}{2} \int \mathfrak{E}^2 dV = \frac{1}{2} \int \sigma' \varphi dV = \int \sigma_1 \varphi_2 dV$$

[das letztere entsprechend Gleichung (6)].

Von hierab läßt sich die Entwicklung beim Gravitationsfeld wörtlich übernehmen mit  $\sigma'$  statt  $\varrho$  und  $\varphi$  statt  $\chi$  und mit dem Ergebnis:

$$(\Delta_0 W_e)_{\text{Schritt 1}} = 0. \quad (13)$$

Den zweiten Schritt führen wir zunächst *umgekehrt* aus, d. h. wir ändern, von irgendeinem normalen Zustand ausgehend,  $\mathfrak{P}$  um willkürliche Variationen  $\delta\mathfrak{P}$  ab, unter Konstanthaltung von  $\sigma$  und  $\varepsilon$ , wodurch nach (9) auch gewisse Variationen  $\delta\mathfrak{E}$  entstehen, und berechnen die dadurch bedingte Variation der durch (12) definierten Größe  $W_e$ .

Die Variation erster Ordnung wird nach (12):

$$\delta W_e = \int \left( \mathfrak{E} \delta\mathfrak{E} + \frac{\mathfrak{P} \delta\mathfrak{P}}{\varepsilon - 1} \right) dV.$$

Da wir von einem Normalzustand ausgehen, in dem (11) gilt, wird:

$$\delta W_e = \int \mathfrak{E} (\delta\mathfrak{E} + \delta\mathfrak{P}) dV$$

und dies wird gleich Null, da

$$\text{rot } \mathfrak{E} = 0$$

und nach (10)

$$\text{div} (\delta\mathfrak{E} + \delta\mathfrak{P}) = \delta\sigma = 0$$

ist, und ein Volumenintegral über das skalare Produkt eines wirbelfreien und eines quellenfreien Vektorfeldes, die beide im Unendlichen entsprechend abnehmen, verschwindet. Die erste Variation von  $W_e$  wird also Null, was in Übereinstimmung damit ist, daß wir von einem normalen Zustand, also einer Art inneren Gleichgewichtszustandes des Feldes ausgingen.

Für die Variation zweiter Ordnung kommt nach (12):

$$\delta^2 W_e = \int \left\{ \mathfrak{E} \delta^2 \mathfrak{E} + (\delta\mathfrak{E})^2 + \frac{\mathfrak{P} \delta^2 \mathfrak{P}}{\varepsilon - 1} + \frac{(\delta\mathfrak{P})^2}{\varepsilon - 1} \right\} dV$$

oder mit Benutzung von (11):

$$\delta^2 W_e = \int \mathfrak{E} (\delta^2 \mathfrak{E} + \delta^2 \mathfrak{P}) dV + \int \left\{ (\delta\mathfrak{E})^2 + \frac{(\delta\mathfrak{P})^2}{\varepsilon - 1} \right\} dV.$$

Da das erste Integral aus denselben Gründen wie oben verschwindet, wird schließlich:

$$\delta^2 W_e = \int \left\{ (\delta\mathfrak{E})^2 + \frac{(\delta\mathfrak{P})^2}{\varepsilon - 1} \right\} dV. \quad (14)$$

Da  $\varepsilon$  nie kleiner als 1 sein kann, ist dieser Ausdruck für beliebige Variationen  $\delta\mathfrak{P}$  stets positiv. Daß er für  $\varepsilon \rightarrow 1$  scheinbar gegen  $\infty$  geht,

stört nicht, da bei der späteren Anwendung  $\delta\mathfrak{P}$  (und auch  $\delta\mathfrak{E}$ ) mit  $\varepsilon \rightarrow 1$  von der Größenordnung  $(\varepsilon - 1)$  klein wird, so daß dann mit  $\varepsilon \rightarrow 1$  einfach  $\delta^2 W_e$  von oben her gegen Null geht.

Die Gleichung (14) zeigt also, daß im normalen elektrostatischen Feld mit Dielektrikum die nach (12) definierte Größe  $W_e$  ein *Minimum* besitzt gegenüber beliebigen Variationen  $\delta\mathfrak{P}$  und nach (9) damit gekoppelten  $\delta\mathfrak{E}$ . Es muß also der Schritt 2, der gerade umgekehrt den Übergang eines variierten Zustandes (Zwischenzustand C) zum Normalzustand vollzieht, falls  $\varepsilon$  irgendwo von 1 verschieden ist, *immer* eine *Erniedrigung* von  $W_e$  mit sich bringen, oder:

$$(\Delta_0 W_e)_{\text{Schritt 2}} < 0. \quad (15)$$

Aus (13) und (15) folgt nun endlich mit Eliminierung des Zwischenzustandes für irgendeine kleine Translation des Systems I:

$$\Delta_0 W_e < 0. \quad (16)$$

Nur für den Fall, daß  $\varepsilon$  im ganzen Raum gleich 1 ist, würde  $\Delta_0 W_e = 0$  sein.

c) *Einbeziehung von Leitern*<sup>1)</sup>. Wir lassen jetzt die früher gemachte Einschränkung, daß in den Systemen I und II nur nichtleitende Stoffe vorkommen sollen, fallen. Das Vorhandensein von Leitern kompliziert die Frage dadurch, daß jetzt bei einer Verschiebung des Systems I die Ladungsverteilung auf den Leiteroberflächen sich ändert. Aber auch dies läßt sich leicht durch einen ähnlichen Kunstgriff wie bei b) berücksichtigen. Wir errechnen zunächst  $\Delta_0 W_e$  für eine Verschiebung von I, bei der die Ladungen auf den Leitern in ihrer ursprünglichen Verteilung fixiert gedacht sind, und lassen dann in einem zweiten Schritt die Ladungen in ihre neue Gleichgewichtsverteilung übergehen.

Nach einem bekannten Satz der Elektrostatik stellt die Gleichgewichtsverteilung der Ladungen auf Leitern einen Zustand minimaler Energie gegenüber jeder anderen Verteilung dar. Der Übergang der Ladungen in die Gleichgewichtsverteilung trägt also zu dem  $\Delta_0 W_e$  der Gleichung (16) noch einen weiteren, *immer negativen* Beitrag bei.

Da in dem System I, dessen Gleichgewicht wir betrachten, wenigstens *entweder* Isolatoren, die immer  $\varepsilon \neq 1$  bedingen, *oder* Leiter vorhanden sein müssen, ist Gleichung (16) *immer* mit der Ungleichheit richtig. Nullwerden von  $\Delta_0 W_e$  kommt nicht vor.

<sup>1)</sup> Stoffe im supraleitenden Zustand sind von den hier dargelegten Betrachtungen ausgeschlossen.

Bei Betrachtung von (8) und (16) kommen wir also zu dem Schluß, daß in einem beliebigen Schwere- und elektrischen Feld (mit ausschließlich im Endlichen liegenden Quellen) ein beliebiges System I weder ein stabiles noch ein indifferentes<sup>1)</sup>, sondern *immer nur ein labiles Gleichgewicht* einnehmen kann.

d) *Magnetostatische Energie.* Schließen wir vorläufig elektrische Ströme, sowie ferromagnetische Stoffe<sup>2)</sup> aus, so können wir die Entwicklungen unter b) wörtlich übernehmen mit  $W_m$ ,  $\psi$ ,  $\mathfrak{H}$ ,  $\mathfrak{M}$ ,  $\overline{\mathfrak{M}}$  und  $\mu$  statt  $W_e$ ,  $\varphi$ ,  $\mathfrak{E}$ ,  $\mathfrak{P}$ ,  $\overline{\mathfrak{P}}$  und  $\epsilon$ .

Der Ersatz von  $\overline{\mathfrak{M}}$  durch ein äquivalentes System „wahrer magnetischer Ladungen“  $\sigma_m$  ist hier trotz der Tatsache, daß es keine wahren magnetischen Ladungen gibt, erlaubt, da die formale Äquivalenz dadurch nicht berührt wird. Statt (14) kommt dann für die entsprechende Variation:

$$\delta^2 W_m = \int \left\{ (\delta \mathfrak{H})^2 + \frac{(\delta \mathfrak{M})^2}{\mu - 1} \right\} dV. \quad (17)$$

Hier tritt aber nun der wichtige Unterschied auf, daß zwar  $\epsilon$  niemals kleiner sein kann als 1, daß dagegen  $\mu$  bei den diamagnetischen Stoffen kleiner als 1 ist. Der Satz von der Unmöglichkeit eines stabilen Gleichgewichtes, zu dessen Beweis im elektrischen Falle die Tatsache  $\epsilon \leq 1$  gebraucht wurde, gilt also im magnetischen Falle nur solange, als *diamagnetische Stoffe* sowohl im System I als im System II *ausgeschlossen sind*.

Für durchweg diamagnetische Stoffe (überall  $\mu < 1$ ) wird sogar in (17), da  $(1 - \mu)$  für alle diamagnetischen Stoffe sehr klein,  $\delta \mathfrak{M}$  und das dadurch analog (9) erzeugte  $\delta \mathfrak{H}$  aber von vergleichbarer Größenordnung sind, das zweite, negative Glied stark überwiegend, d. h. im normalen Zustand stellt die analog (12) definierte Größe  $W_m$  kein Minimum mehr, sondern ein *Maximum* gegenüber beliebigen Variationen  $\delta \mathfrak{M}$  dar. Es wird dann im Gegensatz zu (16):

$$\Delta_0 W_m > 0. \quad (18)$$

<sup>1)</sup> Das meist als indifferent betrachtete Gleichgewicht der schwebenden Teilchen im Millikan-Kondensator ist in Wirklichkeit labil, da erstens mit im Endlichen liegenden Ladungen sich prinzipiell kein streng homogenes Feld herstellen läßt und zweitens die Bildkraft eine weitere Labilität liefert. Die (schwache) Labilität ist nur infolge der hohen Luftreibung nicht bemerkbar. — <sup>2)</sup> Daß das Feld nur von permanenten Magneten herrühren soll, andererseits aber ferromagnetische Stoffe ausgeschlossen sein sollen, ist zwar ein Widerspruch. Wir können uns aber vorläufig etwa paramagnetische permanente Magnete denken. Durch die spätere Einbeziehung ferromagnetischer Stoffe werden wir dann den wirklichen Verhältnissen gerecht.



Damit ist natürlich nicht gesagt, daß das Gleichgewicht diamagnetischer Körper im kombinierten Schwere- und Magnetfeld stabil sein *muß*, wohl aber, daß es stabil sein *kann*.

Den diamagnetischen Stoffen gleichzustellen sind für die obigen Betrachtungen Stoffe im *supraleitenden* Zustand, die sich bekanntlich Magnetfeldern gegenüber weitgehend wie Stoffe mit  $\mu = 0$  verhalten.

e) *Einbeziehung ferromagnetischer Stoffe.* Für ferromagnetische Stoffe muß, da hier  $\mu$  keine Konstante ist,  $W_m$  anders definiert werden. Und zwar wählen wir in Erweiterung des bisherigen Ausdruckes:

$$W_m = \frac{1}{2} \int \mathfrak{H}^2 dV + \int dV \int_0^{\mathfrak{M}} \mathfrak{H}' d\mathfrak{M}. \quad (19)$$

Dabei soll auch im Zwischenzustand, wo die Magnetisierung  $\mathfrak{M}$  nicht die zum Felde  $\mathfrak{H}$  passende ist, wieder [analog der früheren Festsetzung (9)] im ersten Integral  $\mathfrak{H}$  definiert sein durch

$$\mathfrak{H} = - \frac{1}{4\pi} \text{grad} \int \mathfrak{M} \text{grad} \frac{1}{r} dV, \quad (20)$$

während die Größe  $\mathfrak{H}'$  im zweiten Integral auch im Zwischenzustand die vermöge der an der betreffenden Stelle geltenden Magnetisierungskurve bzw. der durch die magnetische Vorgeschichte festgelegten Hysteresiskurve zu  $\mathfrak{M}$  zugehörige Feldstärke bedeuten soll.

In jedem physikalisch möglichen Falle (Normalzustand) ist dann:

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H}. \quad (21)$$

Im Zwischenzustand dagegen ist  $\mathfrak{H}'$  von  $\mathfrak{H}$  verschieden. Im Normalzustand geht (19) wegen (21) über in:

$$W_m = \frac{1}{2} \int \mathfrak{H}^2 dV + \int dV \int \mathfrak{H} d\mathfrak{M} = \int dV \int \mathfrak{H} d(\mathfrak{H} + \mathfrak{M}) = \int dV \int \mathfrak{H} d\mathfrak{B},$$

d. h. in den bekannten allgemeinen Energieausdruck für Magnetfelder.

Beim Schritt 1 des früheren Beweisganges ist nun auch wieder das zweite Integral in (19) konstant, da bei festgehaltenem  $\mathfrak{M}$  auch das mit ihm durch die Magnetisierungskurve gekoppelte  $\mathfrak{H}'$  sich nicht ändert, und der Beweis verläuft wie früher.

Beim Schritt 2 tritt, wie man sich durch Ausrechnen aus (19) überzeugt, in  $\delta^2 W_m$  an Stelle des früher erhaltenen Gliedes:

$$\int \frac{(\delta \mathfrak{M})^2}{\mu - 1} dV$$

$$\int \delta \mathfrak{H}' \delta \mathfrak{M} dV$$

jetzt das Glied:

auf.

Alle Erfahrung an ferromagnetischen Stoffen spricht nun dafür, daß zwar wohl die Vektoren  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{M}$  entgegengesetzt gerichtet sein, oder einen stumpfen Winkel miteinander bilden können, daß aber zueinander gehörige Variationen  $\delta\mathfrak{H}$  und  $\delta\mathfrak{M}$  immer einen spitzen Winkel (einschließlich des Winkels Null) miteinander bilden. Anders ausgedrückt: Wenn das Feld  $\mathfrak{H}$  um eine beliebige kleine Variation  $\delta\mathfrak{H}$  geändert wird, so ist die in Richtung  $\delta\mathfrak{H}$  fallende Komponente der dadurch in einem Ferromagnetikum beliebiger magnetischer Vorgeschichte verursachten Magnetisierungsänderung  $\delta\mathfrak{M}$  niemals negativ. Oder grob gesagt (unter Verwischung des Vektorcharakters von  $\mathfrak{H}$  und  $\mathfrak{M}$ ): Die Magnetisierungskurve ist niemals fallend.

Dann ist aber das skalare Produkt  $\delta\mathfrak{H}' \delta\mathfrak{M}$  immer positiv, und das Ergebnis für  $\Delta_0 W_m$  ist für ferromagnetische Stoffe dasselbe wie für paramagnetische. Ein freies, stabiles Schweben ist auch mit ferromagnetischen Stoffen allein nicht zu erzielen.

f) *Einbeziehung elektrischer Ströme.* Bis jetzt haben wir nur statische elektrische und magnetische Felder betrachtet. Die Einbeziehung des stationären Falles, d. h. Erzeugung von Magnetfeldern durch konstante elektrische Ströme, macht zwar die bisherigen Entwicklungen ungültig, da in diesem Falle nicht mehr die magnetische Energie  $W_m$ , sondern die „Kräftefunktion“ für die auftretenden Kräfte maßgebend ist, und außerdem die in den Entwicklungen benutzte Wirbelfreiheit von  $\mathfrak{H}$  im ganzen Raume, also seine Ableitbarkeit aus einem eindeutigen Potential nach (1), nicht mehr besteht.

Es ist aber ohne weiteres möglich, außerhalb des von elektrischer Stromdichte erfüllten Gebietes das magnetische Potential durch einen Verzweigungsschnitt wieder eindeutig zu machen, und damit ein Ersatzsystem permanenter Magnete anzugeben, das außerhalb des genannten Gebietes ein mit dem Stromfeld völlig identisches Magnetfeld liefert. Da für das Problem des Schwebens nur die Eigenschaften des Magnetfeldes außerhalb seines „Quellgebietes“ maßgebend sind, überträgt sich die Gültigkeit der bisherigen Ergebnisse (nicht der Wege dazu!) vom Ersatzsystem auf das beliebige, elektrische Ströme enthaltende System. Dabei dürften sowohl im System I wie im System II Ströme vorhanden sein mit der einzigen Einschränkung, daß die beiden Stromgebiete nicht mehrfach zusammenhängende Bereiche bilden, die miteinander verkettet sind. In diesem Falle ließe sich nämlich in einen System kein Verzweigungsschnitt legen, der nicht das andere System zerschneidet, und damit die

Voraussetzungen der bisherigen Ableitungen zerstört. Praktisch hat diese Einschränkung keine Bedeutung, da das schwebende System I wegen der praktischen Unmöglichkeit, eine kräftige Energiequelle in ihm unterzubringen, sowieso immer stromlos sein wird.

g) *Einbeziehung elastischer Systeme.* Endlich dürfen wir sogar die bisher noch aufrecht gehaltene Voraussetzung der Starrheit beider Systeme fallen lassen, ohne daß das Ergebnis der Ableitungen sich ändert. Wir können uns nämlich das System I immer zunächst so von der Anfangs- in die Endlage überführt denken, daß dabei beide Systeme starr gehalten werden. In einem weiteren Schritt sollen sich dann die hierbei entstandenen elastischen Zusatzspannungen ausgleichen, wobei die Gesamtenergie (zu der jetzt auch die elastische Energie hinzugerechnet werden muß) notwendig sinkt, die Ungleichung (16) für die Gesamtenergie also noch verschärft wird. Die hier nur skizzierte Überlegung ist der früher unter b) ausführlich durchgeführten recht ähnlich.

Damit ist nun ein sehr weiter Gültigkeitsbereich bewiesen für den Satz:

*Ein statisches, stabiles, freies Schweben eines Systems I im elektrischen, magnetischen und Schwerfeld eines anderen Systems II ist unmöglich, solange nicht in mindestens einem der beiden Systeme diamagnetische Materie<sup>1)</sup> vorhanden ist.*

Tübingen, April 1939.

---

<sup>1)</sup> Oder damit gleichwertig: Materie im supraleitenden Zustand.

## Freies Schweben diamagnetischer Körper im Magnetfeld.

Von **Werner Braunbek** in Tübingen.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 17. April 1939.)

Im Anschluß an die vorhergehende Arbeit wird für ein spezielles Magnetfeld die Möglichkeit eines freien, stabilen Schwebens kleiner, diamagnetischer Körper nachgewiesen. Praktisch gelang es so, mit Hilfe eines kräftigen Elektromagneten Wismutkriställchen bis 8 mg Gewicht, und Kohlestückchen sogar bis 75 mg Gewicht zum freien Schweben zu bringen.

### I. Stabilität des Schwebens.

In der vorliegenden Arbeit wurde bewiesen, daß freies, stabiles Schweben eines beweglichen Systems mittels elektrostatischer Kräfte überhaupt nicht, und mittels magnetostatischer Kräfte nur dann möglich ist, wenn entweder in dem System selbst oder außerhalb diamagnetische Stoffe vorhanden sind.

Für eine praktische Verwirklichung des Schwebens kommt nur die erstere Möglichkeit in Frage, da im zweiten Falle das schwebende System kräftige permanente oder Elektromagnete enthalten müßte, was sich aus Gewichtsgründen verbietet.

Ein sehr kleines <sup>1)</sup> Stückchen eines diamagnetischen Stoffes vom Volumen  $V$  und der diamagnetischen Suszeptibilität  $\chi = \frac{1-\mu}{4\pi}$  erfährt in einem Magnetfeld  $\mathfrak{H}$  die Kraft <sup>2)</sup>:

$$\mathfrak{K} = - \frac{\chi V}{2} \text{grad } \mathfrak{H}^2. \quad (1)$$

Die Kraft wirkt in der Richtung schwächer werdenden Feldstärkebetrages. Um mit ihr die Schwere zu kompensieren, muß ein Feld aufgebaut werden, das nach oben möglichst rasch abnimmt. Eine Überschlagsrechnung zeigt sofort, daß mit eisenlosen Feldern die notwendige hohe Inhomogenität des Feldes jedenfalls nicht erzielt werden kann.

Wir benutzen das (etwa durch eine Stromwicklung erregte) Feld zwischen zwei zylindrischen Eisenpolen (Fig. 1) im Abstand  $a$ . Die Feld-

<sup>1)</sup> Klein gegen eine Strecke, auf der sich das Magnetfeld merklich ändert. —

<sup>2)</sup> Hier sind, im Gegensatz zur vorhergehenden Arbeit, wegen des Anschlusses der Zahlenrechnung nicht rationale, sondern *gewöhnliche* magnetische Einheiten zugrunde gelegt.



linien im Luftraum haben etwa den eingezeichneten Verlauf. Ein stabiler Schwebepunkt kann aus Symmetriegründen nur auf der durch die Magnetachse ( $x$ -Richtung) gehenden Mittelsenkrechten  $AB$  ( $y$ -Richtung) liegen. Auf dieser Senkrechten verläuft das Feldstärkequadrat wie in Fig. 2 angegeben. Der Verlauf besitzt einen Wendepunkt  $C$ . Nur oberhalb  $C$

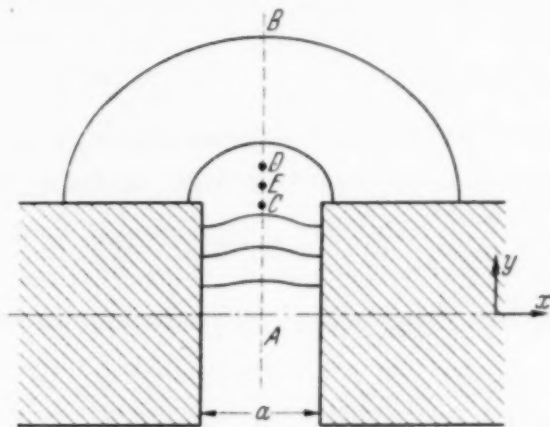


Fig. 1. Das zum Schweben geeignete Magnetfeld.

ist ein Gleichgewicht gegen Verschiebung in der  $y$ -Richtung stabil, da zwischen  $A$  und  $C$  der magnetische Auftrieb bei einer Senkung des Probekörpers abnimmt.

Über die seitliche Stabilität (in der  $x$ -Richtung) ist folgendes zu sagen: Zwischen den Polen, in der Nähe von  $A$ , ist, wie aus dem Verlauf der Feld-

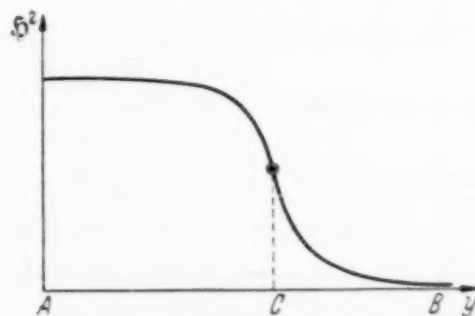


Fig. 2. Der Feldverlauf entlang  $AB$ .

linien hervorgeht, das Feld in der Mittelebene etwas *schwächer* als rechts oder links davon. Da der diamagnetische Probekörper zu Stellen schwächeren Feldes hin strebt, ist hier die Mittellage in bezug auf seitliche Verschiebungen *stabil*. Weit außen bei  $B$  ist aber umgekehrt das Feld in der Mittelebene *stärker* als rechts oder links davon, die Mittellage gegen seitliche Verschiebungen *labil*. Es muß also einen Punkt  $D$  geben, in dem die  $x$ -Stabilität in eine  $x$ -Labilität übergeht.

Die ganze Strecke  $AB$  zerfällt jetzt in drei Gebiete:

$AC$   $x$ -Stabilität,  $y$ -Labilität,  
 $CD$   $x$ - und  $y$ -Stabilität,  
 $DB$   $x$ -Labilität,  $y$ -Stabilität.

Es muß aber noch gezeigt werden, daß das  $x$ - und  $y$ -stabile Stückchen  $CD$  wirklich existiert, d. h. daß nicht etwa  $C$  und  $D$  zusammenfallen, oder  $C$  oberhalb  $D$  liegen kann.

Würde  $C$  und  $D$  zusammenfallen, so würde dort sowohl in bezug auf die  $x$ - wie auf die  $y$ -Richtung Stabilität in Labilität umschlagen, also sowohl  $\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2}$  wie  $\frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} = 0$  sein, wenn  $W_m$  die magnetische Energie eines kleinen, an der Stelle  $(x, y)$  befindlichen diamagnetischen Körpers bedeutet.

$\frac{\partial^2 W_m}{\partial z^2}$  ( $z$  Richtung  $\perp$  Zeichenebene) wäre wegen der nach außen konvexen Krümmung der Polkanten ( $z$ -Labilität!) negativ, könnte aber durch Vergrößerung der Radien der Eisenzyylinder beliebig klein gemacht werden. Es käme also:

$$\Delta W_m = \frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_m}{\partial z^2} \lesssim 0$$

in Widerspruch zur Gleichung (18) der vorhergehenden Arbeit, nach der das  $\Delta W_m$  für rein diamagnetische Systeme positiv sein muß <sup>1)</sup>.

Erst recht kann  $C$  nicht oberhalb  $D$  liegen, da dann zwischen  $C$  und  $D$   $x$ - und  $y$ -Labilität herrschen, also  $\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2}$  und  $\frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2}$  negativ sein würden, womit  $\Delta W_m$  im Widerspruch zu (18) erst recht negativ wäre.

Es gibt somit ein endliches Stück  $CD$  (Ausdehnung von der Größenordnung des Polabstandes  $a$ ), innerhalb dessen Schwebepunkte  $E$  sowohl nach der  $x$ - wie auch nach der  $y$ -Richtung stabil sind.

In der  $z$ -Richtung ist, wie schon vorhin betont, die Schwebelage dagegen bei der beschriebenen Anordnung *nicht* stabil, da die Kanten der Eisenpole nach oben konvex sind. Da die Querschnittsform der Pole

<sup>1)</sup> Diese Gleichung (18) bezieht sich allerdings auf das *Gesamtsystem* und dieses ist hier, da es auch die eisernen Polzyylinder umfaßt, durchaus nicht rein diamagnetisch. Da aber die Rückwirkung des kleinen diamagnetischen Probekörpers auf das übrige System vernachlässigbar klein ist, kann man für die Änderung der magnetischen Energie des Gesamtsystems die magnetische Energie des kleinen Probekörpers *allein* heranziehen.

jedoch auf den charakteristischen Feldverlauf zwischen den Polkanten nicht von wesentlichem Einfluß ist, solange der Krümmungsradius der Kante groß gegen  $a$  bleibt, kann man ohne Störung der  $x$ - und  $y$ -Stabilität die  $z$ -Stabilität leicht noch zusätzlich erreichen, indem man den Eisenpolen oben eine nach oben schwach *konkave* Krümmung gibt, etwa durch die in Fig. 3 gezeichnete Querschnittsform. Solange diese Krümmung so klein bleibt, daß durch das jetzt positive  $\frac{\partial^2 W_m}{\partial z^2}$  die oben abgeleitete Bedingung

für das Vorhandensein der  $x$ - und  $y$ -stabilen Strecke  $CD$  nicht aufgehoben wird, ist eine nach allen Richtungen *stabile Schwebelage E* für einen kleinen diamagnetischen Körper gewährleistet. In der  $x$ - und  $y$ -Richtung muß dieser Körper jedenfalls Ausdehnungen haben, die klein gegen den Polabstand  $a$  sind; in der  $z$ -Richtung wird er aber ausgedehnter sein dürfen. Er „schwimmt“ dann sozusagen auf der „Oberfläche“ des kräftigen, zwischen den Polen herrschenden Feldes.

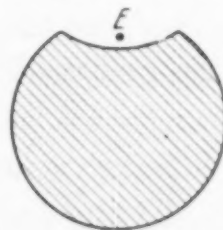


Fig. 3. Polschuhquerschnitt.

## II. Die Größe der Kraft.

Soll der „magnetische Auftrieb“ die Schwere des schwebenden Körpers gerade kompensieren, so muß nach (1) sein:

$$\frac{\chi V}{2} |\text{grad } \mathfrak{H}^2| = \varrho V g$$

oder:

$$|\text{grad } \mathfrak{H}^2| = \frac{2g}{\chi'}, \quad (2)$$

wenn  $\varrho$  die Dichte des Körpers,  $\chi' = \frac{\chi}{\varrho}$  seine *spezifische* Suszeptibilität, und  $g$  die Schwerebeschleunigung bedeutet.

Für den am stärksten diamagnetischen Stoff, *Wismut* ist z. B.  $\chi' = 1,3 \cdot 10^{-6}$ , und dies liefert nach (2) mit  $g \approx 10^3$  eine notwendige Feldinhomogenität:

$$|\text{grad } \mathfrak{H}^2| \approx 1,5 \cdot 10^9.$$

Das ist außerordentlich viel. Es bedeutet z. B. die Änderung von 20000 Oersted auf Null auf eine Strecke von  $2^{1/2}$  mm! Bei einem Felde nach Art der Fig. 1 ist nun die Inhomogenität in der Nähe von  $E$  so, als ob das volle, zwischen den Polen herrschende Feld auf einer Strecke von etwa dem Polabstand  $a$  auf Null abfiel. Es kann also die für das Schweben

von Wismut notwendige Inhomogenität mit einem kräftigen Elektromagnet bei einem Polabstand von etwa 2 mm wirklich erzielt werden. Die Ausdehnung des Wismutteilchens ist dann in der  $x$ - und  $y$ -Richtung praktisch auf weniger als 1 mm beschränkt, während in der  $z$ -Richtung etwas mehr zur Verfügung steht.

Wesentlich günstiger noch als bei Wismut liegen die Verhältnisse bei *Kohle*, die zwar eine kleinere diamagnetische Suszeptibilität  $\chi$  als Wismut besitzt, jedoch wegen ihrer viel geringeren Dichte ein fast doppelt so großes  $\chi'$ . So kann bei Kohle ein größerer Polabstand, und entsprechend auch ein größeres Teilchen gewählt werden.

### *III. Die Ausführung des Versuches.*

Als Magnet wurde ein kräftiger Elektromagnet verwendet, der seinerzeit von Herrn Gerthsen im Tübinger Institut konstruiert worden war, und bei maximal 530 Watt Erregerleistung mit ebenen Polschuhen von 7 cm Durchmesser und 5 mm Abstand maximal 23000 Oersted ergab. Die Polschuhe wurden nach Fig. 3 mit einem Krümmungsradius von 75 mm oben ausgefräst.

Die Versuche wurden einerseits mit Wismutkriställchen (käuflisches Wismut), andererseits mit Stückchen aus Bogenlampenkohle ausgeführt. Mit Bogenlampenkohle (Homogenkohle) gelingen die Versuche nur, wenn Stücke des angebrannten Endes einer schon benutzten Kohle verwendet werden. Offenbar befindet sich in der neuen Kohle ein paramagnetisches Bindemittel, das beim starken Glühen wegverdampft.

Bei den Versuchen mit Wismut betrug der Polabstand knapp 2 mm, das Feld zwischen den Polen 23000 bis 24000 Oersted. Das größte zum Schweben gebrachte Stückchen hatte eine Dicke von etwa  $\frac{3}{4}$  mm, eine Länge von etwa 2 mm und ein Gewicht von 8 mg.

Bei Kohle war ein Schweben noch mit 5 mm Polabstand (Feld zwischen den Polen 21000 bis 23000 Oersted) zu erreichen. Das größte zum Schweben gebrachte Stückchen war 2 mm dick, 12 mm lang und wog 75 mg.

Bei sorgfältiger Zubereitung der Schwebeteilchen könnte man unschwer mit dem Gewicht noch etwas höher kommen. Ein um mehrere Größenordnungen höheres Gewicht wird jedoch auf diesem Wege nie zum Schweben zu bringen sein, da sich die notwendige sehr hohe Feldinhomogenität nicht auf viel größeren Räumen erreichen läßt.

Die Stabilität des Schwebens ist recht gut. Man kann das schwebende Teilchen vorsichtig mit dem Finger berühren, und kann es durch vor-



sichtiges Anblasen in der  $z$ -Richtung in Schwingungen von fast 1 cm Amplitude versetzen. Die Schwingungen entsprechen denen eines Pendels mit 75 mm Fadenlänge (bzw. ein wenig weniger).

Schwebeteilchen unregelmäßiger Form haben meist mehrere stabile Schwebelagen, und können oft von einer in die andere umkippen.

Das Feld muß für jedes Teilchen sorgfältig einreguliert werden, da ja der stabile Bereich nur klein ist. Geringfügige Schwächung des Feldes verursacht Herunterfallen, geringfügige Verstärkung seitliches Abgleiten des Teilchens zu einem der Polschuhe hin.

Die Versuche wurden in freier Luft ausgeführt. Dies begünstigt das Schweben ein klein wenig, erstens wegen des Luftauftriebes, und zweitens wegen des magnetischen Differenzauftriebes des diamagnetischen Stoffes in der paramagnetischen Luft. Da aber die paramagnetische Suszeptibilität der Luft nur 6<sup>0</sup>/<sub>00</sub> der diamagnetischen Suszeptibilität der Kohle, und das spezifische Gewicht der Luft nur knapp 1<sup>0</sup>/<sub>00</sub> desjenigen der Kohle beträgt, ist die Begünstigung des Schwebens durch die Anwesenheit der Luft bei Kohle nur 7<sup>0</sup>/<sub>00</sub>, bei Wismut noch wesentlich weniger. Da diese geringfügige Differenz leicht durch eine kleine Feldsteigerung ausgeglichen werden könnte, wäre das Schweben prinzipiell ebenso gut auch im Hochvakuum, also als wirklich „freies“ Schweben, zu erreichen.

*Tübingen, April 1939.*

---

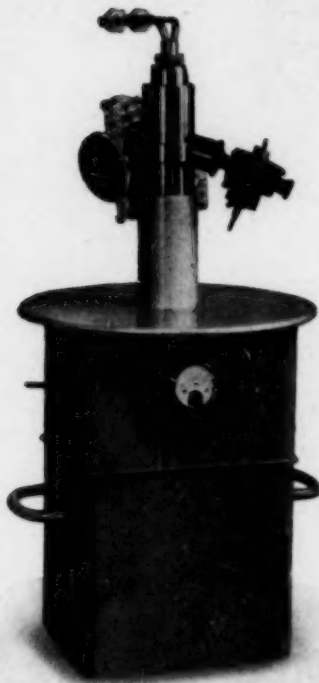
## Autorenregister.

- Ardenne, Manfred von. Intensitätsfragen und Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops. S. 744.
- Barnóthy, J. und Forró, M. Zeitliche Änderung der Schauerintensität und Mesotronenzerfall. S. 208.
- Bay, Z. und Papp, G. Über den Kerneffekt bei der Streuung von  $\gamma$ -Strahlen. S. 86.
- und Szepesi, Z. Über die Intensitätsverteilung der Compton-Streuung von  $\gamma$ -Strahlen. S. 20.
- Becker, A. Zur Kenntnis des Selenphotoelements. II. Strom-Spannungsbeziehungen. S. 629.
- Blackman, M. Über die Feinstruktur der Reststrahlen. S. 256.
- Bothe, W. und Gentner, W. Die Wellenlängenabhängigkeit der Kernphotoeffekte; mit Anhang: Die radioaktiven Isotope des Selen. S. 45.
- Braunbek, Werner. Freischwebende Körper im elektrischen und magnetischen Feld. S. 753.
- Freies Schweben diamagnetischer Körper im Magnetfeld. S. 764.
- Buchheim, W. und Stuart, H. A. unter Mitwirkung von Menz, H. Experimentelle Untersuchungen der Strömungsdoppelbrechung molekularer Flüssigkeiten. S. 407.
- Dawihl, W. und Rix, W. Über die Festigkeitssteigerung von Quarzglas durch Temperaturerhöhung. S. 654.
- Finkelburg, W. Untersuchungen über Hochstromkohlebögen. I. Die Strom-Spannungscharakteristiken verschiedener Hochstromkohlebögen. S. 305.
- Fisk, J. B. s. Maurer, W.
- Flammersfeld, Arnold. Die untere Grenze des kontinuierlichen  $\beta$ -Spektrums des RaE. S. 727.
- Fleischer, R. und Pech, H. Der Oberflächeneffekt und Tiefeneffekt an zusammengesetzten Photokathoden. S. 242.
- Forró, M. s. Barnóthy, J.
- Fucks, W. und Schumacher, G. Zündspannungsänderung durch Bestrahlung bei Molekülgasen. S. 605.
- Furch, Robert. Über die asymptotische Halbierung der Exponentialreihe und der Gammafunktion bei großem Argument. S. 92.
- Gentner, W. s. Bothe, W.
- Gerő, L. und Schmid, R. Zur Vervollständigung des Termschemas von Kohlenoxyd. III. S. 676.
- Görlich, P. Über die spektralen Empfindlichkeitsverteilungen von Selensperrschichtzellen. S. 490.
- Grotheer, W. Ermüdungserscheinungen elektronenbestrahlter Leuchtmassen. S. 541.
- Güntherschulze, A. und Winter, Alfred. Die Diffusion von Wasserstoff und Deuterium durch Eisen. II. Glimmentladung in Gemischen von Wasserstoff mit anderen Gasen. S. 648.
- Gundert, E. Der Öffnungsfehler von elektrostatischen Rohrlinsen. S. 689.
- Gustafson, Erik. Über die Intensitäten der Stark-Effekt-Komponenten des Wasserstoffs. Eine theoretische Berechnung bei hohen Feldern. S. 453.
- Haber, H. s. Schüler, H.
- Haxel, O. Energie und Reichweite der schweren Urantrümmer. S. 681.
- Hilsch, R. und Pohl, R. W. Zur quantitativen Behandlung der lichtelektrischen Primär- und Sekundärströme. S. 252.

- Hönl, H. und Papapetrou, A. Über die Selbstenergie und das Gravitationsfeld einer elektrischen Punktladung. S. 65.
- — Über die innere Bewegung des Elektrons. I. S. 512.
- Hollmann, H. E. und Thoma, A. Elektronenoptische Spektralanalyse von Hochfrequenzschwingungen. S. 377.
- Ievins, A., unter Mitarbeit von Karlsons, K. Der Einfluß des Kamera-durchmessers und der Blendenform auf die Größe der Gitterkonstante, bestimmt nach der asymmetrischen Methode. S. 350.
- Kaiser, H. und Wallraff, A. Übergangsformen zwischen Bogen- und Glimmentladung bei Funkenfolgen. S. 215.
- Karlsons, K. s. Ievins, A.
- Kaya, Seiji und Nakayama, Masakazu. Die Überstrukturbildung in den Eisen-Nickel-Kobalt-Legierungen und das Perminvarproblem. S. 420.
- Keil, A. s. Steubing, W.
- Koteswaram, P. Über molekulare Assoziation in Ameisen- und Benzoesäure. S. 395.
- Krista, Franz. Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Biegungsschwingungen von der Frequenz. S. 326.
- Maier-Leibnitz, H. Untersuchungen mit der „langsamen“ Wilson-Kammer. S. 569.
- Maurer, W. und Fisk, J. B. Die Umwandlung des Bors durch langsame Neutronen unter Aussendung von  $\alpha$ -Teilchen und Protonen. S. 436.
- Menz, H. s. Buchheim, W.
- Mrozowski, S. Über den Isotopenverschiebungseffekt im Spektrum des Bors. S. 223.
- Murakawa, K. Über das elektrische Quadrupolmoment des Jodkerns. S. 234.
- Nakayama, Masakazu s. Kaya, Seiji.
- Neugebauer, Th. Theorie des Cotton-Mouton-Effektes in der Quantenmechanik. S. 257.
- Papapetrou, A. Diamagnetismus des Elektronengases. III. S. 587.
- s. Hönl, H.
- Papp, G. s. Bay, Z.
- Pech, H. s. Fleischer, R.
- Peterlin, A. und Stuart, H. A. Zur Theorie der Strömungsdoppelbrechung von Kolloiden und großen Molekülen in Lösung. S. 1.
- — Über die Bestimmung der Größe und Form, sowie der elektrischen, optischen und magnetischen Anisotropie von submikroskopischen Teilchen mit Hilfe der künstlichen Doppelbrechung und der inneren Reibung. S. 129.
- Pohl, R. W. s. Hilsch, R.
- Raether, H. Die Entwicklung der Elektronenlawine in den Funkenkanal. (Nach Beobachtungen in der Nebelkammer.) S. 464.
- Rix, W. s. Dawihl, W.
- Rompe, R. und Schulz, P. Über mehrere Arten von Quecksilber-Hochdrucksäulen. S. 691.
- — und Thouret, W. Über das Verhalten der kontinuierlichen Quecksilberstrahlung bei hohen Dichten. S. 369.
- Rompe, R. s. Weizel, W.
- Rössler, Fritz. Über das Rotkontinuum der Quecksilber-Hochdruckentladung. S. 667.
- Sanner, V. H. Über das K-Röntgenspektrum des Titans und Titanoxyds. S. 430.
- Schmeiser, K. Die auslösende Strahlung der harten Ultrastrahlschauer. S. 501.
- Schmid, R. s. Gerö, L.
- Schmidt, Th. Quadrupolmoment und magnetisches Moment des Atomkerns  $^{127}_{53}\text{J}$ . S. 199.
- Schön, M. s. Weizel, W.
- Schüler, H. und Haber, H. Neue Beiträge zum Problem der Energieübertragung bei elementaren Stoßprozessen. S. 614.
- Schulz, P. s. Rompe, R.
- Schumacher, G. s. Fucks, W.

- Seidl, F. Mechanische Schwingungen eines piezoelektrisch angeregten Quarzes. S. 362.
- Siedentopf, H. Mikroskopische Beobachtungen an Gittern mit Teilungsfehlern. S. 704.
- Sittkus, Albert. Über die Größenverteilung der Ultrastrahlungsstöße aus 10 cm Eisen. S. 626.
- Sporn, Heinz. Leuchtzonen vor Glimmentladungskathoden. S. 278.
- Steubing, W., Keil, A. und Stolpe, F. Vergleichende Messungen am Stark-Effekt von Deuterium und Wasserstoff. S. 560.
- Stolpe, F. s. Steubing, W.
- Stuart, H. A. s. Buchheim, W.
- s. Peterlin, A.
- Szalay, A. Die Anregungsfunktionen der Umwandlungen  $_{13}\text{Al}^{27}(\alpha; n)_{15}\text{P}^{30}$  und  $_{5}\text{B}^{10}(\alpha; n)_{2}\text{N}^{13}$ . S. 29.
- Szepesi, Z. s. Bay, Z.
- Thoma, A. s. Hollmann, H. E.
- Thouret, W. s. Rompe, R.
- Wallraff, A. s. Kaiser, H.
- Watanabe, Satosi. Über die Art der Abweichung der leichten Atomkerne vom Hartree-Oszillatormodell. S. 159.
- Weisz, Paul. Der vertikale Zählrohr-effekt der Höhenstrahlung bei Proportionalzählern. S. 364.
- Weizel, W., Rompe, R. und Schön, M. Theorie der kathodischen Entladungsteile einer Niederdruckentladung. Der Fallraum. S. 339.
- Winter, Alfred s. Güntherschulze, A.
- Wolf, Kurt. Über normale und unter-normale Verhältnisse und Aufteilungen der Glimmentladung an ebenen Halbleiterelektroden aus erhitztem Glas. S. 96.
- Über die Spritzentladung an in der Entladung gebildeten schlechtleitenden Schichten auf erwärmtem Glas. S. 148.
- Wolfhard, Hans-Georg. Über das Temperaturgleichgewicht und über Temperaturmessungen in Flammen. S. 107.





## Debyeeflex Röntgen - Feinstruktur- Apparat

**Aufnahmegeräte**  
nach Sadis • Weerls • Debye  
Scherrer • Schiebold

**Rich. Seifert & Co.**  
Hamburg 13

## Der Indikator

Seine Theorie u. seine mechanischen, optischen u. elektrischen Ausführungsarten

Von Professor **K. J. de Juhasz** und Dr.-Ing. **J. Geiger**

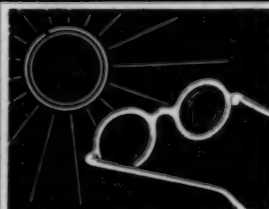
Mitglied der Technischen Versuchsanstalt,  
The Pennsylvania State College, USA.

Oberingenieur, Augsburg

Mit 392 Textabbildungen. IX, 293 Seiten. 1938. RM 27.—; gebunden RM 28.80

Inhaltsübersicht: I. Die Entstehungsgeschichte des Indikators. — II. Mechanisch aufzeichnende Indikatoren. Bestandteile und Hilfseinrichtungen der mechanisch aufzeichnenden Indikatoren. — III. Optische Indikatoren. A. Mikroindikatoren von Mader, Collins, Schmitz und Pabst (DVL.). B. Spiegelindikatoren. — IV. Elektrische Indikatoren. A. Oszillographen. B. Indizierverfahren mittels druckveränderlichen Widerstandes. C. Indizierverfahren mittels druckveränderlichem Potential. D. Indizierverfahren mittels der lichtelektrischen Wirkung. E. Indizierverfahren mittels druckveränderlicher Kapazität. F. Indizierverfahren mittels druckveränderlicher Induktivität. G. Magneto-elektrisches Indizierverfahren. — V. Punktweise anzeigende Indikatoren. — VI. Indikatoren für Sonderzwecke. A. Indikatoren für fortlaufende Diagramme. B. Arbeitszähler (Ashton, Storey, Little, Hamann, Gümbel, Böttcher und Lehmann). C. Leistungsmesser (Picht, Roucka, Krupp, Frisch). D. Mitteldruckindikatoren. E. Höchstdruckindikatoren (Okill, R. Bosch, Langer, Thomé und Marquardt, Lehmann, Bothur und Beil, Mazellier und Carpentier, Lorenz, N. A. C. A.; DVL.). F. Indikatoren für Druckunterschiede (Schäffer und Budenberg, Sackheim, Lehmann & Michels). G. Indikatoren für Bewegungen (Maihak, Stewart, Blohm). H. Indikatoren für Klopfuntersuchungen. Sprungstabindikator von Midgley. — VII. Prüfung und Eichung des Indikators. — VIII. Fehlerhafte Diagramme. — IX. Dynamik des Indikators. A. Allgemeine Dynamik. B. Bestimmung der dynamisch gleichwertigen Masse. C. Wiedergabe der Maschinenkolbenbewegung. — X. Mechanische oder elektrische Indikatoren? — XI. Das Indizieren von Kolbenmaschinen. A. Diagramme an Dampfmaschinen. B. Diagramme an Verdichtern. C. Diagramme an Kraftmaschinen mit innerer Verbrennung, insbesondere Gasmaschinen und Dieselmotoren. — Schrifttumsverzeichnis. — Namenverzeichnis.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN



**Schutz vor Sonnen- und Schneeblendung!**  
und doch: Blau bleibt Blau, Grün bleibt Grün, Rot bleibt Rot  
Schönes ermüdungsfreies Schauen in natürlichen,  
kontrastreichen Farben.

**Neophan** das Blendschutzglas der  
Auergesellschaft A. G., Berlin N 65  
Nur beim Fachoptiker erhältlich!